高雄市樹德家商112學年度高二(201~218)數學科暑假作業

第一冊公式

1-1 數線與絕對值：

1. 絕對值定義，若a為實數，則 $|a|=\begin{cases} a & , a\ge 0 \\ -a & , a<0 \end{cases}$

2. 絕對值不等式：設 $a\ge 0$，

 若 $|x|\le a$，則 $-a\le x\le a$

 若 $|x|\ge a$，則 $x\le -a$ 或 $x\ge a$

3. 一元二次不等式

 (1) 解不等式過程中，若同乘、除一個負數，則不等號要變方向。

 (2) 若方程式 $ax^2+bx+c=0\ (a>0)$有相異實根 α，β，且 $\alpha<\beta$

  (i) 若 $ax^2+bx+c>0$ 或 (≥ 0)，則解為 $x<\alpha$ 或 $x>\beta$（ $x\le\alpha$ 或 $x\ge\beta$ ）。

  (ii) 若 $ax^2+bx+c<0$ 或 (≤ 0)，則解為 $\alpha<x<\beta$（ $\alpha\le x\le\beta$ ）

1-2 平面坐標系：

1. 兩點距離公式：

 平面上任意兩點 $A(x_1,y_1)$、$B(x_2,y_2)$，則A點與B點間的距離為 $\overline{AB}=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$。

2. 分點公式：

 設平面上任意兩點 $A(x_1,y_1)$、$B(x_2,y_2)$，且P為線段 $\overline{AB}$ 上一點，使得 $\overline{AP}:\overline{BP}=m:n$，

 則P點坐標為 $\left(\dfrac{n\times x_1+m\times x_2}{m+n},\ \dfrac{n\times y_1+m\times y_2}{m+n}\right)$。

3. 中點公式：

 設平面上任意兩點$A(x_1,y_1)$、$B(x_2,y_2)$，且M為線段$\overline{AB}$的中點，則M點坐標為 $\left(\dfrac{x_1+x_2}{2},\ \dfrac{y_1+y_2}{2}\right)$。

4. 重心公式：

 ΔABC三頂點$A(x_1,y_1)$、$B(x_2,y_2)$、$C(x_3,y_3)$，且G為ΔABC之重心，

 則G點坐標為 $\left(\dfrac{x_1+x_2+x_3}{3},\ \dfrac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$。

5. 平行四邊形之第四點：

 已知$A(x_1,y_1)$、$B(x_2,y_2)$、$C(x_3,y_3)$，$D(x,y)$，若▱$ABCD$之為平行四邊形，則

 第四點 $D(x,y)=(x_1+x_3-x_2,y_1+y_3-y_2)$

1-3 線型函數與二次函數：

1. 對於每一個x值，剛好有一個而且只能有一個y值與之對應，稱這種對應為「y是x的函數」

2. 線性函數：$y=ax+b$的圖形為一直線。

3. 二次函數：$y=ax^2+bx+c$的圖形為拋物線，經配方法得

$$y=a(x+\frac{b}{2a})^2-\frac{b^2-4ac}{4a}$$，其頂點坐標為 $\left(-\dfrac{b}{2a},\ -\dfrac{b^2-4ac}{4a}\right)$

 (1) $a>0$ 時，拋物線開口向上。 (2) $a<0$ 時，拋物線開口向下。

2-1 直線斜率：

1. 直線斜率：已知一直線上任意相異二點 $A(x_1,y_1)$、$B(x_2,y_2)$，則此直線斜率 $m=\dfrac{y_1-y_2}{x_1-x_2}$ 或 $\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ $(x_1\neq x_2)$。
2. 相異兩直線 L_1、L_2 之斜率分別為 m_1 、 m_2，則
   (1) 若 $L_1//L_2$，則 $m_1=m_2$。
   (2) 若 $L_1\perp L_2$，則 $m_1\times m_2=-1$。

2-2 直線方程式的求法：

1. 點斜式：直線過點 (x_0, y_0) 且斜率為 m，則直線方程式為 $y-y_0=m(x-x_0)$。
2. 斜截式：直線斜率為 m，y 截距為 b，則直線方程式為 $y=mx+b$。
3. 截距式：直線 x 截距為 a，y 截距為 b，且 $a\times b\neq 0$，則直線方程式為 $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$。
4. 二平行線與二垂直線：
   設直線 $L: ax+by+c=0$，則與直線 L
   (1) **平行**之直線 L_1 可用 $ax+by+k=0$ 的型式表示。
   (2) **垂直**之直線 L_2 可用 $bx-ay+k=0$ 的型式表示。

2-3 點到直線的距離：

1. 點到直線的距離
   點 $A(x_0,y_0)$ 到直線 $L: ax+by+c=0$ 的距離為 $\dfrac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$
2. 兩平行線間的距離
   兩平行線 $L_1: ax+by+c_1=0$ 與 $L_2: ax+by+c_2=0$ 之間的距離為 $\dfrac{|c_1-c_2|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

3-1 多項式的四則運算：

1. 多項式：
   (1) 多項式 $f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_1x+a_0$，
   當 $a_n\neq 0$ 時：$\deg f(x)=n$，領導係數為 a_n。
   (2) 常數多項式 a_0：$\begin{cases}\text{零次多項式} & (a_0\neq 0)\\ \text{零多項式} & (a_0=0)\end{cases}$。
2. 兩多項式相等：(1) 其次數相等 (2) 相同次數項的係數相等
3. 多項式加、減：從兩多項式之最高次項開始，依序將次數相同項的係數相加(減)。
4. 多項式乘法：
   (1) 逐項展開後，同次項係數相加(減)
   (2) 兩多項式皆不為零多項式，$\deg\left[f(x)\times g(x)\right]=\deg f(x)+\deg g(x)$
5. 多項式除法原理
   設 $f(x)$、$g(x)$ 為二多項式，且 $g(x)\neq 0$，則恰存在二多項式 $q(x)$ 及 $r(x)$ 滿足 $f(x)=g(x)\times q(x)+r(x)$，
   其中 $r(x)=0$ 或 $\deg r(x)<\deg g(x)$。

3-2 餘式、因式定理：

1. 餘式定理：設 $a\neq 0$，以 $ax-b$ 除 $f(x)$ 所得餘式為 $f(\frac{b}{a})$。

2. 因式定理：設 $a\neq 0$，若 $ax-b$ 為 $f(x)$ 之因式，則 $f(\frac{b}{a})=0$。

3. 一次因式檢驗法：

設 $f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_1x+a_0$ 為一個整係數 n 次多項式，若整係數一次式 $ax-b$ 為 $f(x)$ 的因式，且 a、b 互質，則 a 為 a_n 的因數且 b 為 a_0 的因數。

3-3 分式：

1. 分式 $\frac{f(x)}{g(x)}$ 可分為三類：

(1) 真分式：$\deg f(x)<\deg g(x)$

(2) 假分式：$\deg f(x)\geq\deg g(x)$

(3) 帶分式：一多項式與真分式相加減

2. 分式之四則運算：

(1) $\frac{B}{A}\pm\frac{C}{A}=\frac{B\pm C}{A}$，$(A\neq 0)$

$\frac{C}{A}\pm\frac{D}{B}=\frac{B\times C\pm A\times D}{A\times B}$，$(A\times B\neq 0)$

(2) $\frac{B}{A}\times\frac{D}{C}=\frac{B\times D}{A\times C}$，$(A\times C\neq 0)$

(3) $\frac{B}{A}\div\frac{D}{C}=\frac{B\times C}{A\times D}$，$(A\times C\times D\neq 0)$

第二冊公式

1-1 有向角及其度量：

1. 同界角：兩角θ_1與θ_2有相同的始邊與終邊，稱兩角為同界角。即 $\theta_1-\theta_2=360^0\times n=2\pi\times n$，$n$為整數。
2. 扇形的弧長與面積：

   設一扇型半徑為 r，圓心角為 θ **弧度**，弧長為 S，面積為 A，則

   (1) $S=r\times\theta$

   (2) $A=\dfrac{1}{2}\times r^2\times\theta=\dfrac{1}{2}\times r\times S$

1-2 三角函數的定義與基本性質

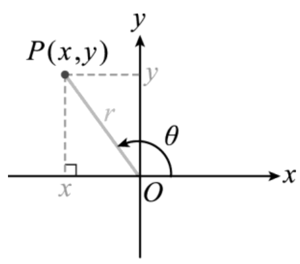
1. 銳角三角函數定義：

   ① $\sin\theta=\dfrac{對邊}{斜邊}$　② $\cos\theta=\dfrac{鄰邊}{斜邊}$　③ $\tan\theta=\dfrac{對邊}{鄰邊}$
2. 餘角關係：$\sin(90^0-\theta)=\cos\theta$；$\cos(90^0-\theta)=\sin\theta$
3. 商數關係：$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$
4. 平方關係：$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$

1-3 任意角的三角函數

1. 廣義角的三角函數定義：$r=\sqrt{x^2+y^2}>0$

   ① $\sin\theta=\dfrac{y}{r}$　② $\cos\theta=\dfrac{x}{r}$　③ $\tan\theta=\dfrac{y}{x}$ $(x\neq 0)$



2. 各象限內三角函數值之正、負判別：

	$\sin\theta$	$\cos\theta$	$\tan\theta$
第一象限	+	+	+
第二象限	+	–	–
第三象限	–	–	+
第四象限	–	+	–

1-4 三角函數的圖形

三角函數之定義域、值域與週期：

函數	定義域(n為整數)	值域	週期
$\sin x$	x為所有實數	$-1\le\sin x\le 1$	2π
$\cos x$	x為所有實數	$-1\le\cos x\le 1$	2π
$\tan x$	$x\neq n\pi+\dfrac{\pi}{2}$ 之所有實數	所有實數	π

1-5 正弦與餘弦定理

1. 正弦定理：

(1) $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=2R$。 (2) $\sin A:\sin B:\sin C=a:b:c$。

2. 餘弦定理：

(1) $a^2=b^2+c^2-2\times b\times c\times\cos A$ ； $b^2=a^2+c^2-2\times a\times c\times\cos B$ ； $c^2=a^2+b^2-2\times a\times b\times\cos C$。

(2) $\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2\times b\times c}$ ； $\cos B=\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2\times a\times c}$ ； $\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2\times a\times b}$。

2-1 向量的意義

1. 設 $A(x_1,y_1)$、$B(x_2,y_2)$，則 $\overrightarrow{AB}=(x_2-x_1\ ,\ y_2-y_1)$ 且 $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

2. 單位向量：長度為 1 的向量。

已知非零向量 $\overrightarrow{a}$ 的單位向量為 $\pm\dfrac{\overrightarrow{a}}{|\overrightarrow{a}|}$

2-2 向量的加減與實數積

1. 設 $\overrightarrow{a}=(x_1\ ,\ y_1)$、$\overrightarrow{b}=(x_2\ ,\ y_2)$ 且 r 為實數，

(1) $\overrightarrow{a}\pm\overrightarrow{b}=(x_1\pm x_2\ ,\ y_1\pm y_2)$。

(2) $r\overrightarrow{a}=(rx_1\ ,\ rx_2)$

2-3 向量的夾角與內積

1. 設 $\overrightarrow{a}=(x_1\ ,\ y_1)$、$\overrightarrow{b}=(x_2\ ,\ y_2)$ 且 $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 的夾角 θ，則內積 $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=|\overrightarrow{a}|\times|\overrightarrow{b}|\times\cos\theta=x_1\times x_2+y_1\times y_2$

2. 設兩非零向量 $\overrightarrow{a}=(x_1\ ,\ y_1)$，$\overrightarrow{b}=(x_2\ ,\ y_2)$，

(1) 若 $\overrightarrow{a}\perp\overrightarrow{b}$，則 $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=0$ 即 $x_1\times x_2+y_1\times y_2=0$。

(2) 若 $\overrightarrow{a}\,//\,\overrightarrow{b}$，則 $\overrightarrow{a}=r\overrightarrow{b}$ 即 $\dfrac{x_1}{x_2}=\dfrac{y_1}{y_2}$，$x_2\neq 0$ 且 $y_2\neq 0$。

3. $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{a}=|\overrightarrow{a}|^2\geq 0$

3-1 圓的方程式

1. 圓的標準式：$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$，圓心 $(h\ ,\ k)$，半徑 r。

2. 圓的一般式：$x^2+y^2+dx+ey+f=0$，圓心 $\left(-\dfrac{d}{2}\ ,\ -\dfrac{e}{2}\right)$，半徑 $r=\dfrac{1}{2}\sqrt{d^2+e^2-4f}$。

3. 圓的直徑式：$(x-x_1)\times(x-x_2)+(y-y_1)\times(y-y_2)=0$，其中 $(x_1\ ,\ y_1)$、$(x_2\ ,\ y_2)$ 為直徑兩端點。

4. 判別 $x^2+y^2+dx+ey+f=0$ 之圖形：

(1) $d^2+e^2-4f>0$， 表一圓。

(2) $d^2+e^2-4f=0$， 表一點。

(3) $d^2+e^2-4f<0$， 表無圖形。

3-2 圓與直線的關係

1. 設 $P(x_0, y_0)$ 與圓 $x^2+y^2+dx+ey+f=0$，則

   (1) P 在圓上 $\Leftrightarrow$ $x_0{}^2+y_0{}^2+dx_0+ey_0+f=0$。

   (2) P 在圓外 $\Leftrightarrow$ $x_0{}^2+y_0{}^2+dx_0+ey_0+f>0$。

   (3) P 在圓內 $\Leftrightarrow$ $x_0{}^2+y_0{}^2+dx_0+ey_0+f<0$。

2. 圓：$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$，直線 $L: ax+by+c=0$，設 d 為圓心到 L 的距離，則

   (1) $d>r$：相離（ 無交點 ）。

   (2) $d=r$：相切（ 交一點 ）。

   (3) $d<r$：相割（ 交兩點 ）。

3. 圓的切線方程式：已知切點 $P(x_0, y_0)$

   (1)標準式：切線方程式為 $(x_0-h)\times(x-h)+(y_0-k)\times(y-k)=r^2$。

   (2)一般式：切線方程式為 $x_0x+y_0y+d(\frac{x+x_0}{2})+e(\frac{y+y_0}{2})+f=0$。

4. 切線段長：圓外一點 $P(x_0, y_0)$

   (1)標準式：切線段長 $l=\sqrt{(x_0-h)^2+(y_0-k)^2-r^2}$。

   (2)一般式：切線段長 $l=\sqrt{x_0{}^2+y_0{}^2+dx_0+ey_0+f}$。

4-1 等差數列與等差級數

1. $a_n=a_1+(n-1)\times d$

2. 等差中項：A、B、C 成等差數列，則稱 B 為 A、C 之等差中項，且 $B=\frac{A+C}{2}$。

3. 等差級數求前 n 項的和：$S_n=\frac{n\times(a_1+a_2)}{2}=\frac{n\times[2\times a_1+(n-1)\times d]}{2}$

4-2 等比數列與等比級數

1. $a_n=a_1\times r^{n-1}$。

2. 等比中項：A、B、C 成等比數列，則稱 B 為 A、C 之等比中項，且 $B=\pm\sqrt{A\times C}$。

3. 等比級數求前 n 項的和：

   (1) $r=1$，$S_n=n\times a_1$

   (2) $r\neq1$，$S_n=\frac{a_1\times(1-r^n)}{1-r}=\frac{a_1\times(r^n-1)}{r-1}$。