

# 數學自編教材

編製：李豐昌 師

## 目 錄

### 第一單元 排列

1-1 乘法原理與樹狀圖·····	02
1-2 直線排列·····	10
1-3 重複排列·····	16
1-4 不完全相異物排列·····	20

### 第二單元 組合

2-1 組合基本問題·····	23
2-2 幾何圖形問題·····	28

### 第三單元 機率

3-1 集合·····	31
3-2 機率的定義·····	36

### 第四單元 統計

4-1 次數分配·····	43
4-2 算數平均數、中位數、四分位距·····	55

### 第五單元 指數

5-1 指數的運算·····	61
----------------	----

# 第一單元：排列

## 1-1 乘法原理與樹狀圖

### 1. 樹狀圖：

當某事發生的情況極多時，可用樹狀圖來列舉一連串事件發生之可能情況，通常由左而右逐層分類，使複雜情況明顯化。

### 2. 加法原理：

(1) 若完成事件 A 有  $m$  種方法，完成事件 B 有  $n$  種方法，則完成事件 A 或事件 B 有  $m+n$  種方法。

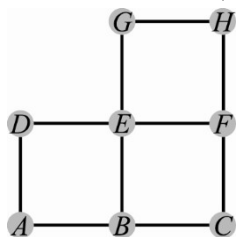
(2) 若完成某件事可分成  $k$  個類別，且每個類別不同時發生，而第  $i$  的類別有  $m_i$  ( $i=1,2,\dots,k$ ) 種方法，則完成此件事的方法共有  $m_1+m_2+\dots+m_k$  種。

### 3. 乘法原理：

若作成一事 A 有  $m$  種方法，作成一事 B 有  $n$  種方法，而 A、B 二事互不影響，則 A、B 兩事均完成的方法有  $m \times n$  種。

### 例題 1：

下圖為每邊邊長都是 1 單位的道路分布圖，鈞昊由 A 點出發走 4 單位長到達 H 點，試利用樹狀圖描述所有可能的路徑。



### 練習 1：

設一商場一樓有 2 家餐廳，二樓有 4 家餐廳。今小娟一家人欲選擇一家餐廳用餐，請利用樹狀圖描述所有選擇性。

**例題 2：**

A 隊和 B 隊比賽排球，最先贏 3 局之隊為贏方，試利用樹狀圖求此比賽可能發生的情形有幾種？

**練習 2：**

甲乙二人賽棋，先連勝二局或先勝三局者為贏方(無和局)，試利用樹狀圖求此比賽可能發生之情形有幾種？

**例題 3：**

小平有長襪 4 雙、短襪 5 雙，每一雙的花色均不同。今晚須挑一雙來穿，試問有多少種挑選的方法？

9

**練習 3：**

樹德家商舉辦全校模範生選拔，高一、高二、高三分別有 10 名、8 名、6 名參選，若全校只選出一名，試問共有多少種選法？

24

**例題 4：**

華納影城目前正上演的影片如下：5 部不同的恐怖片、4 部不同的文藝片、3 部不同的卡通片，依林只能選一部觀賞，則依林的選法有幾種？

12

**練習 4：**

佩辰有 10 雙高跟鞋、15 雙馬靴、8 雙球鞋，若佩辰要穿鞋出門，共有多少種選擇？

33

**例題 5：**

某學校有人事室職員 3 人，總務處職員 4 人，今欲從兩處室中各派一人到校外開會，則共有多少種派法。

12

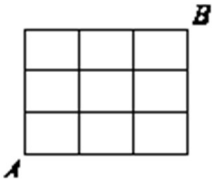
**練習 5：**

樹德家商舉辦全校模範生選拔，高一、高二、高三分別有 10 名、8 名、6 名參選，若各年級均選出一名，試問共有多少種選法？

480

**例題 6：**

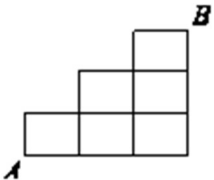
如下之街道圖中，由  $A$  走到  $B$  的捷徑走法（即只允許向右，向上走）共有多少種？



20

**練習 6：**

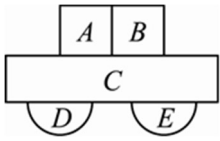
如下之街道圖中，由  $A$  走到  $B$  的捷徑走法（即只允許向右，向上走）共有多少種？



14

**例題 7：**

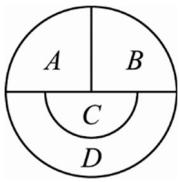
用 5 種不同顏色的色筆去塗下圖 A、B、C、D、E 五個區域，規定顏色可重複使用，但相鄰區域顏色不得相同，問塗法共有多少種？



960

**練習 7：**

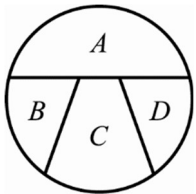
用 5 種不同顏色的色筆去塗下圖 A、B、C、D 四個區域，規定顏色可重複使用，但相鄰區域顏色不得相同，問塗法共有多少種？



120

**例題 8：**

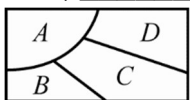
以 6 種不同顏色的塗料去塗下圖 A、B、C、D 四個區域，規定顏色可重複使用，但相鄰區域顏色不得相同，則塗法有多少種？



480

**練習 8：**

用 5 種不同的色筆塗下圖 A、B、C、D 四個區域，規定相鄰區域不得同色，則塗法共有 \_\_\_\_\_ 種。



180

**例題 9：**

由 A 地至 B 地有 3 條路，由 B 地至 C 地有 2 條路，由 C 地至 D 地有 5 條路，某人由 A 地經 B、C 至 D 地，走法共有多少種。

30

**練習 9：**

設由甲地至乙地有 3 條路可走，由乙地至丙地有 5 條路可走，由丙地至丁地有 4 條路可走，則由甲地經乙、丙地至丁地，共有多少條不同之路可走？

60

**例題 10：**

設大禮堂共有 10 個門，老張由不同的門進出禮堂，共有方法多少種。

90

**練習 10：**

一兔穴有 5 個進出口（每個進出口都可以進或出），問由不同一口進出的方法有幾種？

20

**例題 11：**

某汽車工廠有 4 種車身式樣，3 種不同的引擎，5 種色彩設計，問此工廠可裝配出多少種不同型的汽車？

60

### 練習 11：

書架上有 4 本中文雜誌、3 本日文雜誌、5 本英文雜誌，

- (1) 從書架上任取一本雜誌，有幾種取法？  
(2) 若中文、日文、英文雜誌各取一本，則有幾種取法？

(1) 12 種

(2) 60 種

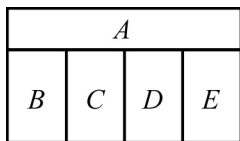
### 1-1 課後練習：

- ( ) 1. 小明要到圖書館閱覽室借一本雜誌，閱覽室內有商業雜誌 8 種、旅遊雜誌 5 種、英文雜誌 3 種，請問小明有幾種選擇方式？  
(A) 16 (B) 43 (C) 64 (D) 120。
- ( ) 2. 小志參加某高職入學申請，而該高職商業類有 4 科、工業類有 6 科、設計類有 2 科，請問小志有幾種選擇方式？ (A) 10 (B) 12 (C) 36 (D) 48。
- ( ) 3. 某校有工業類科 10 班，商業類科 12 班，家事類科 9 班，今由每科各選一個班長為科代表，組成全校班聯會，共有多少種選法？  
(A) 31 (B) 108 (C) 540 (D) 1080。
- ( ) 4. 學校餐廳供應 6 種青菜、3 種肉、4 種魚，若老闆各挑選一種青菜、一種肉、一種魚做成便當，請問共可組成幾種不同菜色的便當？  
(A) 13 (B) 42 (C) 72 (D) 144。
- ( ) 5. 圖書館中有 5 本不同的中文書，4 本不同的英文書，小菲到圖書館欲借中文書、英文書各 1 本，則有幾種選法？ (A) 4 (B) 5 (C) 9 (D) 20。
- ( ) 6. 公車候車亭中有不同編號的椅子六張，今來了三位搭車客人，問其入座方式共有幾種？ (A) 20 (B) 60 (C) 100 (D) 120。
- ( ) 7. 小特想從書架上選一本漫畫書消遣，書架上有棋靈王 5 本、柯南 4 本、櫻桃小丸子 6 本，請問小特有幾種選擇方式？ (A) 4 (B) 5 (C) 15 (D) 16。
- ( ) 8. 某班級有 25 人，由抽籤先後決定班長、學藝股長，不許兼職，試問有幾種方法？ (A)  $23 \times 23$  (B)  $24 \times 24$  (C)  $25 \times 24$  (D)  $26 \times 25$ 。
- ( ) 9. 某鐵路上共有 19 個站，其中有 5 個大站，其餘為小站，設大站與大站之間使用白色車票、小站與小站之間使用黃色票，其餘大站與小站之間使用綠色票，若往返車票以不同種類的車票計算，則鐵路局共要印製白色、黃色、綠色票各幾種？  
(A) 白色票共 22 種，黃色票共 182 種，綠色票共 140 種  
(B) 白色票共 20 種，黃色票共 182 種，綠色票共 140 種  
(C) 白色票共 20 種，黃色票共 185 種，綠色票共 140 種  
(D) 白色票共 20 種，黃色票共 182 種，綠色票共 160 種。

- ( )10. 六個電燈泡中，已知有 4 個好的、2 個壞的，但不清楚哪 4 個是好的、哪 2 個是壞的。今逐一取出檢驗，當好的和壞的恰能分辨時，檢驗工作即停止，則好壞出現先後次序最多有幾種（提示：用樹狀圖）？  
(A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 15。
- ( )11. 五人中有三人會開車，今五人乘坐一部小轎車並由一人開車，其他四人坐在不同的四個座位，問有多少種坐法？(A)48(B)36(C)72(D)96。
- ( )12. 設到達某地的交通工具有汽車、火車與飛機三種，若有五條不同的汽車路線、三條不同的火車路線及二條不同的飛機航線，問到達該地總共有幾種不同的方法？ (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10。
- ( )13. 某醫院有內科護士 6 人，外科護士 7 人，若要選出 1 人擔任護理長，則選法有多少種？ (A) 13 (B) 18 (C) 21 (D)42。
- ( )14. 某醫院有內科護士 6 人，外科護士 7 人，若要從兩科中各派一人到偏遠地區服務，則派方有多少種？ (A) 13 (B) 18 (C) 21 (D) 42。
- ( )15. 甲、乙兩校舉行桌球比賽，已知各校選手各有 9 人；若規定一校，每一選手必跟他校之每一選手比賽一場，則共須比賽幾場？  
(A) 45 (B) 54 (C) 72 (D) 81。
- ( )16. 已知教室有 4 個門，若甲、乙二人由不同門同時進入教室各一次，則方法數有幾種？ (A) 4 (B) 12 (C) 32 (D) 84。
- ( )17. 某家商店有 5 種上衣，3 種長褲，有人要買上衣、長褲各一件，試問有多少種不同選法？ (A) 15 (B) 8 (C) 12 (D) 9。
- ( )18. 某飲料店供應冷飲有 5 種，熱飲有 4 種，今一人欲選購 1 種飲料，則有多少種不同的方法？ (A) 4 (B) 5 (C) 9 (D) 20。
- ( )19. 小英有帽子 5 頂、皮包 3 個、鞋子 6 雙，請問她有幾種搭配方式？  
(A) 14 (B) 30 (C) 60 (D) 90。
- ( )20. 一棟別墅前後有 3 道門、6 扇窗，若發生地震時，逃生的方法有多少種？  
(A) 9 (B) 18 (C) 21 (D) 12。
- ( )21. 活動中心共有 10 個門，小王進出一次共有多少種方法？  
(A) 100 (B) 90 (C) 80 (D) 60。
- ( )22. 活動中心共有 10 個門，小王經由不同的門進出一次共有多少種方法？  
(A) 100 (B) 90 (C) 80 (D) 60。
- ( )23.  $A$ 、 $B$  兩人比賽乒乓球，以三戰二勝來決定勝負，所有勝負之可能情況有  
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 種。
- ( )24. 有一個三位數，已知其百位數字為偶數，個位數字為奇數，則滿足此條件的三位數共有 (A) 90 (B) 125 (C) 200 (D) 250 個。
- ( )25. 某條鐵路上，共設有 7 個車站，則共需幾種單程車票？  
(A) 41 (B) 42 (C) 43 (D) 44。
- ( )26. 甲、乙兩地之間，有甲到乙的單行道 3 條，乙到甲的單行道 4 條，另有 2 條雙向道。現小明由甲地出發，到達乙地後再返回甲地，則小明共有幾種走法？ (A) 25 (B) 30 (C) 35 (D) 40。



- ( ) 27. 甲、乙相約下棋，現約定先贏 2 局者為勝，則共有幾種分出勝負的方法？ (A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 12。
- ( ) 28. 早餐店提供中式主食有包子、饅頭、蛋餅、飯糰等四種，西式主食有漢堡、三明治等兩種，飲料有豆漿、奶茶、紅茶、咖啡等四種，小明想買一種主食和一杯飲料，則有多少種不同的買法？ (A) 10 (B) 16 (C) 24 (D) 32。
- ( ) 29. 某人有 1 元硬幣 5 個，5 元硬幣 2 個，10 元硬幣 3 個，若每次至少取一個付款，共有多少種付款方式？ (A) 63 (B) 64 (C) 71 (D) 72。
- ( ) 30. 試求 540 的正因數個數共有 (A) 24 (B) 27 (C) 30 (D) 33 個。
- ( ) 31. 將  $(a+b+c)(d+e+f)(x+y+z+u)$  展開，共可得 (A) 10 (B) 12 (C) 18 (D) 36 個不同的項。
- ( ) 32. 某鐵路共 12 站，其中有 4 個大站，其餘為小站，今大站與大站間所用車票為紅色，小站與小站間車票為灰色，其餘車票為白色，若往返車票以不同種計算，則白色車票有幾種？ (A) 32 (B) 48 (C) 64 (D) 80。
- ( ) 33. 甲、乙兩地間有 8 條路，其中有 3 條是甲到乙的單行道，有 2 條是乙到甲的單行道，某人開車從甲地到乙地，再返回甲地，若規定往、返不走相同的路，則走法有 (A) 15 (B) 27 (C) 40 (D) 56 種。
- ( ) 34. 用 100 元購買 5 元、10 元的郵票，每一種郵票至少買 1 張，錢必須全部用完，則購買方法有 (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 種。



- ( ) 35. 用 4 種不同顏色塗上圖各區域，顏色可重複使用，但相鄰區域不能同色，則全部塗法共有 (A) 48 (B) 72 (C) 96 (D) 144 種。
- ( ) 36. 美國職棒大聯盟總冠軍賽採七戰四勝制，若比完第三場時，洋基隊以兩勝一敗領先道奇隊，則往後比賽所有可能的情形中，洋基隊獲得冠軍的情形有幾種？ (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8。

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
A	B	D	C	D	D	C	C	B	D
(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)
C	D	A	D	D	B	A	C	D	A
(21)	(22)	(23)	(24)	(25)	(26)	(27)	(28)	(29)	(30)
A	B	C	C	B	B	A	C	C	A
(31)	(32)	(33)	(34)	(35)	(36)				
D	C	B	B	C	C				

## 1-2 直線排列

### 1. 階乘及其運算：

設  $n$  為自然數，符號「 $n!$ 」讀作「 $n$ 階乘」，規定

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times 2 \times 1 \quad (\text{規定 } 0! = 1)$$

2. 自  $n$  個不同物中，任取  $m$  個 ( $m \leq n$ ) 排成一直線，其排列方法數以  $P_m^n$  表示。

$$3. P_m^n = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times (n-m+1) \quad m \leq n$$

$$4. P_m^n = \frac{n!}{(n-m)!}$$

$$5. P_n^n = n!$$

### 例題 1：

試求  $4! + 3! = ?$

30

### 練習 1：

試求  $7! - 5! = ?$

4920

### 例題 2：

試求  $12! - 10! = x \times 10!$  之  $x$  值。

131

### 練習 2：

試求  $5! + 7! = x \times 5!$  之  $x$  值。

43

### 例題 3：

試求  $8 \times 7 \times 6 = \frac{8!}{k!}$  之  $k$  值。

5

### 練習 3

試求  $10 \times 9 \times 8 \times 7 = \frac{10!}{k!}$  之  $k$  值。

6

### 例題 4：

試求下列各值：

(1)  $P_1^5$  (2)  $P_2^6$  (3)  $P_4^4$

(1)5 (2)30 (3)24

### 練習 4：

試求下列各值：

(1)  $P_3^7$  (2)  $P_5^5$  (3)  $P_2^{10}$

(1)210 (2)120 (3)90

### 例題 5：

有 3 個不同的禮物，分送給 7 個人，每人至多得 1 個，共有多少種分法。

210

### 練習 5：

用 1、2、3、4、5 五個數字，數字不可重複使用，共可組成多少個不同的五位數？

120

### 例題 6：

將甲、乙、丙、丁四個人排成一列，共有幾種排法？

24

**練習 6：**

由字母 a、b、c、d、e、f 中，全取排成一行，問有多少種排法？

720

**例題 7：**

甲、乙、丙、…等七人排成一行，規定甲、乙、丙必須排前三位，問排法有多少種？

144

**練習 7：**

4 男 5 女全部排成一行，規定女生必須排前五位，問排法有多少種？

2880

**例題 8：**

甲、乙、丙、丁、戊五人作直線排列，規定甲不排首，但乙必排中，其排法有多少種？

18

**練習 8：**

用 1、2、3、4、5、6 排成三位數，數字不可重複使用，其中奇數的有多少個？

60

**例題 9：**

某校高一學生 3 人，高二學生 2 人，高三學生 2 人排成一列，試問：

(1)規定同年級的學生必須相鄰，其排法有多少種？

(2)規定高一學生均不得相鄰，其排法有多少種？

(1)144 種 (2)1440 種

**練習 9：**

甲、乙、丙、…等六人排成一列，試求下列各排列數：

(1)規定甲、乙二人必須相鄰

(2)規定甲、乙二人均不得相鄰

(1)240 種 (2)480 種

**例題 10：**

在排成一列的 5 個座位中，甲、乙二人任選相連的 2 個位置坐，坐法有幾種？

8

**練習 10：**

電影院坐椅每 5 張排成一列，甲、乙、丙三位好朋友若要相鄰而坐，共有多少種坐法？

18

1-2 課後練習：

- ( ) 1. 求  $15 \times 14 \times 13 \times 12 = \frac{m!}{n!}$  中的未知數 (其未知數為自然數) ?  
(A)  $m=15, n=10$  (B)  $m=15, n=11$  (C)  $m=15, n=12$  (D)  $m=15, n=13$
- ( ) 2. 求  $9! - 8! = m \times 7!$  中的未知數 (其未知數為自然數) ?  
(A) 36 (B) 49 (C) 64 (D) 81。
- ( ) 3. 求  $23 \times 22 \times 21 \times 19 = \frac{m!}{n!}$  中的未知數 (其未知數為自然數) ?  
(A)  $m=2, n=18$  (B)  $m=23, n=18$  (C)  $m=25, n=18$  (D)  $m=23, n=11$ 。
- ( ) 4. 求  $8! + 9! + 10! = m \times 8!$  中的未知數 (其未知數為自然數) ?  
(A) 64 (B) 81 (C) 100 (D) 121。
- ( ) 5. 求  $\frac{n!}{(n-3)!} = 35(n-1)$  中自然數  $n$  的值? (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8。
- ( ) 6. 若  $\frac{10!}{(10-n)!} = 4 \times \frac{10!}{(10-n+1)!}$ , 則  $n =$  \_\_\_\_\_ (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8。
- ( ) 7. 化簡  $\frac{6!}{2!}$  (A) 60 (B) 120 (C) 360 (D) 720。
- ( ) 8. 由  $A、B、C、D、E$  五個字母中, 全取排成一列, 試求排法共有幾種?  
(A) 60 (B) 80 (C) 100 (D) 120。
- ( ) 9. 由  $A、B、C、D、E$  五個字母中, 任取三個排成一列, 試求排法共有幾種?  
(A) 60 (B) 80 (C) 100 (D) 120。
- ( ) 10. 班上有六位同學輪流出場表演才藝, 則共有幾種不同的出場次序?  
(A) 120 (B) 240 (C) 360 (D) 720。
- ( ) 11. 班上有六位同學輪流出場表演才藝, 若此種才藝競賽共有冠軍、亞軍、季軍三名, 則此六位同學的比賽結果共有幾種情形?  
(A) 60 (B) 120 (C) 216 (D) 360。
- ( ) 12. 試求  $P_3^8$  的值? (A) 120 (B) 216 (C) 336 (D) 432。
- ( ) 13. 試求  $P_4^7$  的值? (A) 336 (B) 432 (C) 720 (D) 840。
- ( ) 14. 試求  $P_5^5$  的值? (A) 30 (B) 60 (C) 90 (D) 120。
- ( ) 15. 試求  $P_3^5$  的值? (A) 60 (B) 90 (C) 120 (D) 240。
- ( ) 16. 試求  $P_5^7$  的值? (A) 840 (B) 1260 (C) 1680 (D) 2520。
- ( ) 17. 試求  $P_5^n = 20P_3^n$  中的  $n$  值? (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10。
- ( ) 18. 試求  $6P_2^{m-1} = 5P_2^m$  中的  $m$  值? (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13。
- ( ) 19. 甲、乙、丙、丁、戊五人排成一列, 求甲、乙、丙必相鄰的排法數?  
(A) 24 (B) 32 (C) 36 (D) 42。
- ( ) 20. 甲、乙、丙、丁、戊五人排成一列, 求丙、丁不相鄰的排法數?  
(A) 72 (B) 84 (C) 120 (D) 144。
- ( ) 21. 甲、乙、丙、丁、戊五人排成一列, 求戊排首位的排法數?  
(A) 12 (B) 16 (C) 24 (D) 28。

- ( )22. 甲、乙、丙、丁、戊五人排成一列，求乙不排首位的排法數？  
 (A) 72 (B) 84 (C) 96 (D) 120。
- ( )23. 由 0、1、2、3、4、5、6 中，任取 4 個組成一個四位數（不得重複取），則可得幾個不同的偶數？ (A) 120 (B) 300 (C) 420 (D) 540。
- ( )24. 由甲、乙、丙、丁、戊五人當中，任選四位排成一列，則共有多少種排法？ (A) 240 (B) 120 (C) 60 (D) 100。
- ( )25. 由 0、1、2、3、4、5、6 共七個數字中，任取四個相異數字排成四位數，則共有多少種排法？ (A) 300 (B) 480 (C) 720 (D) 840。
- ( )26. 由 0、1、2、3、4、5、6 共七個數字中，任取四個相異數字排成四位數，奇數共有多少個？ (A) 300 (B) 480 (C) 440 (D) 420。
- ( )27. 有五個相連的座位，甲、乙、丙三人選相連的位子，則坐法共有幾種？  
 (A) 12 (B) 15 (C) 18 (D) 24。
- ( )28. 甲、乙、丙、丁、戊 5 人中，任選 4 人排成一列，則共有幾種排法？  
 (A) 120 (B) 24 (C) 240 (D) 360。
- ( )29. 甲、乙、丙、丁、戊五人排成一列，若甲、乙要相鄰，則排法共有幾種？ (A) 60 (B) 48 (C) 36 (D) 50。
- ( )30. 甲、乙、丙、丁、戊五人排成一列，若甲、乙、丙兩兩不相鄰，則其排法共有幾種？ (A) 10 (B) 12 (C) 16 (D) 20。
- ( )31. 若  $P_n^6 = 6!$ ，則  $n =$  \_\_\_\_\_ (A) 0 (B) 1 (C) 5 (D) 6。
- ( )32. 由甲、乙、... 共六人中，任選四位由左至右排成一列，則不同的排法共有幾種？ (A) 120 (B) 180 (C) 240 (D) 360。
- ( )33. 由 1、2、3、4、5 共五個數字排成五位數，其中數字相異的奇數共有幾個？ (A) 60 (B) 72 (C) 84 (D) 48。
- ( )34. A、B、C、D、E 五人排成一列，則 A、B 必不相鄰的排法有  
 (A) 36 (B) 48 (C) 60 (D) 72 種。

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
B	C	B	C	C	C	C	D	A	D
(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)
B	C	D	D	A	D	B	C	C	A
(21)	(22)	(23)	(24)	(25)	(26)	(27)	(28)	(29)	(30)
C	C	C	B	C	A	C	A	B	B
(31)	(32)	(33)	(34)						
D	D	B	D						

## 1-3 重複排列

### 1. 重複排列公式：

自  $n$  種不同物中(每種自少有  $r$  個)，任取  $r$  個排列成一行，相同物可以重複選取，其排列數為  $n^r$ 。

### 例題 1：

7 封信投入 4 個不同的郵筒，其投法有多少種？

$4^7$

### 練習 1：

10 個不同獎品，分給 6 人，每人都可兼得，分法有多少種

$6^{10}$

### 例題 2：

5 種不同的飲料，倒入 8 個不同的馬克杯，每杯倒入一種酒，方法幾種？

$5^8$

### 練習 2：

6 人住 3 個旅館，方法有幾種？

$3^6$

### 例題 3：

6 個不同的玩具，分給 A、B、C、D 四人，求下列各方法數：

(1)A 至少得 1 個 (2)A 恰得 1 個

(1)3367 (2)1458



**練習 3：**

10 個不同的球，投入 A、B、C、D、E、F 六個不同的箱子，求下列各方法數：

(1)A 箱至少有 1 球 (2)B 箱恰得 1 個

$$(1)6^{10} - 5^{10} \quad (2)10 \times 5^9$$

**例題 4：**

設有渡船 3 艘，每船最多可載 5 人，(即安全載量為 5 人)，求下列各安全過渡的方法數：

(1)4 人過渡 (2)5 人過渡

$$(1)81 \quad (2)726$$

**練習 4：**

設有渡船 4 艘，每船最多可載 6 人，若下列人數要安全過渡，方法各有若干種？

(1)6 人過渡 (2)7 人過渡

$$(1)4^6 \quad (2)4^7 - 4$$

**例題 5：**

用 0、1、3、4、6，可作成若干個四位正整數，但數字可重複使用。

### 練習 5：

用 0、2、3、4、7、8，可作成若干個五位數？但數字可重複使用。

$$5 \times 6^4$$

#### 1-3 課後練習：

- ( ) 1. 用 0、1、2、3、4、5 六個數字，若數字可以重複，則可以構成幾個三位數？其中奇數共幾個？  
(A) 共 100 個，奇數有 70 個 (B) 共 150 個，奇數有 80 個  
(C) 共 160 個，奇數有 90 個 (D) 共 180 個，奇數有 90 個。
- ( ) 2. 用 0、1、2、3、4、5、6 七個數字，若數字可以重複，則可以構成幾個四位數？其中 5 的倍數共有幾個？  
(A) 共 2000 個，5 的倍數有 500 個 (B) 共 2050 個，5 的倍數有 558 個  
(C) 共 2058 個，5 的倍數有 588 個 (D) 共 2085 個，5 的倍數有 591 個。
- ( ) 3. 將 4 封不同的信，任意投入 3 個相異郵筒中，若每個郵筒所投入的信其件數不限制（即可以 4 封信投入一郵筒中，或某一郵筒中一封信也沒有），則共有幾種投法？ (A) 12 (B) 49 (C) 64 (D) 81。
- ( ) 4. 將 4 包不同的一般垃圾，投入 3 個不同顏色的垃圾桶，若每個垃圾桶所投入的垃圾包數不限制，則共有多少種倒垃圾的方法？  
(A) 49 (B) 64 (C) 81 (D) 100。
- ( ) 5. 5 件不同的禮物分給甲、乙、丙三人，若每人可兼得，則全部共有幾種分法？ (A) 25 (B) 81 (C) 125 (D) 243。
- ( ) 6. 5 件不同的禮物分給甲、乙、丙三人，若每人可兼得，則甲至少得一件禮物的方法共有幾種？ (A) 49 (B) 81 (C) 211 (D) 243。
- ( ) 7. 1 至 4 號球各一顆，放入 A、B、C 三個不同的箱子中，若每箱個數不限，則共有幾種放法？ (A) 64 (B) 81 (C) 243 (D) 256。
- ( ) 8. 1 至 4 號球各一顆，放入 A、B、C 三個不同的箱子中，若 A 箱至少放入一顆球，則共有幾種放法？ (A) 16 (B) 64 (C) 65 (D) 81。
- ( ) 9. 五件不同玩具分給甲、乙、丙、丁四位同學，每人可兼得或不得，共有幾種分法？ (A) 125 (B) 512 (C) 625 (D) 1024。
- ( ) 10. 五件不同玩具分給甲、乙、丙、丁四位同學，每人可兼得或不得，若甲至少得一件共有幾種分法？ (A) 93 (B) 512 (C) 781 (D) 1024。
- ( ) 11. 10 個不同獎品，分給 6 人，每人都可兼得，分法有多少種？  
(A)  $10^6$  (B)  $6^{10}$  (C)  $P_6^{10}$  (D)  $H_{10}^6$ 。
- ( ) 12. 將 6 個不同的球，放入甲、乙、丙三個不同的箱子，若每箱放球數不限，則共有幾種放法？ (A) 729 (B) 720 (C) 243 (D) 504。
- ( ) 13. 將 6 個不同的球，放入甲、乙、丙三個不同的箱子，若甲箱至少放入一個球，則共有幾種放法？ (A) 705 (B) 695 (C) 675 (D) 665。

- ( )14. 有渡船三艘，每艘至多可載 4 人，今有 4 人同時過渡，則共有幾種安全渡法？ (A) 81 (B) 64 (C) 24 (D) 60。
- ( )15. 甲、乙、丙、丁、戊 5 個人猜拳，每人可出「剪刀」、「石頭」、「布」之中的任一種，則總共情形有幾種？ (A) 3 (B) 5 (C)  $3^5$  (D)  $5^3$ 。
- ( )16. 將 10 個不同的球，投入 A、B、C、D 四個不同的箱子，則 A 箱至少有 1 個球的方法數有 (A)  $3^{10}$  (B)  $4^{10}$  (C)  $4^{10} - 3^{10}$  (D)  $4^{10} - 4$
- ( )17. 三封信投入 5 個郵筒，共有幾種情形？  
(A) 243 (B) 125 (C) 120 (D) 144。
- ( )18. 三位數中，末位數為 7 者（數字不可重複）共有多少個？  
(A) 90 (B) 81 (C) 72 (D) 64。
- ( )19. 甲、乙、丙、丁、戊 5 人同時猜拳，每人可出「剪刀」、「石頭」、「布」三者之一，則可能的結果有 (A) 35 (B) 60 (C) 125 (D) 243 種。
- ( )20. 5 個人任意搭乘三部計程車，每部計程車最多只能搭載 4 個人，則搭法有 (A) 122 (B) 125 (C) 240 (D) 243 種。
- ( )21. 不同的渡船 3 艘，每艘最多可載 5 人，今有 6 人欲渡河，則安全過渡的方法有多少種？ (A) 213 (B) 216 (C) 726 (D) 729。
- ( )22. 用 0、1、2、3、4 五個數字，數字可以重複使用，排成不同的四位數，其中偶數有 (A) 200 (B) 240 (C) 250 (D) 300 個。
- ( )23. 三位正整數中，恰含有一個數字 3 的有 (A) 220 (B) 225 (C) 240 (D) 252 個。
- ( )24. 5 種酒倒入 4 個不同的酒杯，每個酒杯只能倒一種酒，則方法共有 (A) 625 (B) 720 (C) 840 (D) 1024 種。

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
D	C	D	C	D	C	B	C	D	C
(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)
B	A	D	A	C	C	B	D	D	C
(21)	(22)	(23)	(24)						
C	D	B	A						

## 1-4 不完全相異物的直線排列

### 1. 公式：

設  $n$  個物品中，有  $k$  種不同的種類，第一類有  $m_1$  個相同，第二類有  $m_2$  個相同， $\dots$ ，第  $k$  類有  $m_k$  個相同，將此  $n$  個物品排成一列，其排列數為

$$\frac{n!}{m_1! \times m_2! \times \dots \times m_k!}$$

### 例題 1：

commotion 一字，各字母任意排成一列，排法有多少種？

30240

### 練習 1：

下列文字的字母任意排成一列，排法各有多少種？

(1) middle (2) aggregate

(1)360 (2)15120

### 例題 2：

2 本相同的書，3 支相同的筆分給 7 人，每人至多 1 件，分法有多少種？

210

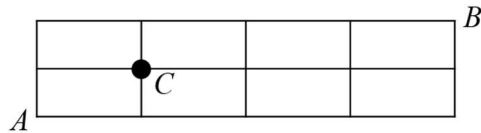
### 練習 2：

將 3 枝相同的鉛筆和 4 枝相同的原子筆，分給 7 個小朋友，每人各得 1 枝，共有 \_\_\_\_\_ 種分法。

35

**例題 3：**

設有棋盤型街道，如圖所示：

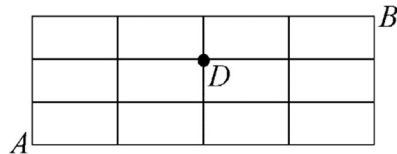


- (1) 由  $A$  點到  $B$  點的街道，不繞遠路或重複相同的街道，即走捷徑，共有幾種走法。  
(2) 由  $A$  點到  $B$  點的街道，不繞遠路或重複相同的街道，即走捷徑，若必過  $C$  點，則共有幾種走法。

(1)15 (2)8

**練習 3：**

設有棋盤型街道，如圖所示：

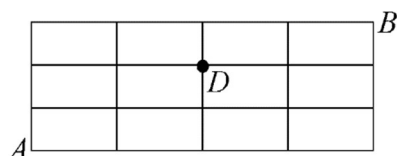


- (1) 某人由  $A$  點到  $B$  點取捷徑，共有幾種走法。  
(2) 某人由  $A$  點到  $B$  點取捷徑，若經過  $D$  點，取捷徑的方法共有幾種走法。

(1)35 (2)18

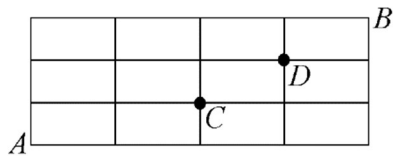
**1-4 課後練習：**

- ( ) 1. 將 4 個紅色棋子、2 個黃色棋子、2 個綠色棋子排成一列，請問共有幾種不同的排法？ (A) 16 (B) 420 (C) 840 (D) 1680。  
( ) 2. 用 2、2、9、8、2、2、9 七個數字全取，排成一列，可得幾個不同的七位數？ (A) 105 (B) 210 (C) 420 (D) 840。  
( ) 3. 將「庭院深深深幾許」七個字任意排，其方法數為多少？ (A) 360 (B) 840 (C) 1680 (D) 5040。  
( ) 4. 設有棋盤型街道如圖：

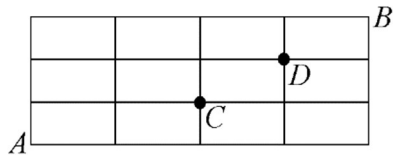


- 某人由  $A$  點到  $B$  點取捷徑，若不過  $D$  點，取捷徑的方法共有幾種走法？ (A) 14 (B) 15 (C) 16 (D) 17。  
( ) 5. 有 7 面旗子排在一直線上，其中有 4 面白旗、2 面紅旗、1 面黃旗，則此 7 面旗子能作出多少種不同的信號？ (A)105(B)210(C)420(D)630。

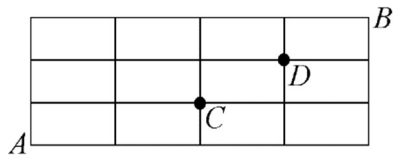
- ( ) 6. 將 *banana* 一字的字母，全取排列，共有幾種不同的排法？若任兩個 *a* 均不相鄰，共有幾種不同的排法？ (A) 4 (B) 6 (C) 12 (D) 18。



- ( ) 7. 上圖中由 *A* 到 *B* 取捷徑，全部走法共有幾種？(A)12(B)24(C)35(D)42。



- ( ) 8. 上圖中由 *A* 到 *B* 取捷徑，若必經過 *C*，則走法共有幾種？  
(A) 9 (B) 12 (C) 18 (D) 24。



- 上圖中由 *A* 到 *B* 取捷徑，若必經過 *C* 點且經過 *D* 點，則走法共有幾種？  
(A) 9 (B) 12 (C) 18 (D) 24。

- ( ) 9. 相同的橘子 4 個，芒果 3 個，蘋果 2 個，分給 9 個小朋友，每人各得一個，共有幾種分法？ (A) 1440 (B) 1240 (C) 1280 (D) 1260。
- ( ) 10. 「下雨天留客天天留我不留」十一個字任意排成一列，則共有多少種不同排法？ (A)  $5!$  (B)  $6!$  (C)  $\frac{11!}{3!3!}$  (D)  $\frac{11!}{6!}$ 。
- ( ) 11. 將相同的紅球 2 個，白球 4 個，黑球 1 個排成一列，則共有幾種排法？  
(A) 100 (B) 105 (C) 120 (D) 135。
- ( ) 12. 將 SCHOOL 字母排成一列，則排法有 (A)360(B)380(C)420(D)480 種。
- ( ) 13. 將「*success*」一字重新排列，共有多少種排法？  
(A) 420 (B) 840 (C) 2520 (D) 5040。

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
B	A	B	D	A	C	C	C	B	D
(11)	(12)	(13)	(14)						
C	B	A	A						

## 第二單元：組合

### 2-1 組合基本問題

#### 1. 定義：

從  $n$  個不同物件中，每次取  $m$  個不同物件為一組 ( $m \leq n$ )，同一組內的物件若不計其前後順序，就叫做  $n$  中取  $m$  的組合。其中每一組，稱為一種組合，所有組合的總數稱為組合數，以符號  $C_m^n$  表示。

#### 2. 組合公式：

自  $n$  個不同物件中，每次不重複地取  $m$  個為一組，則其組合數為

$$C_m^n = \frac{P_m^n}{m!} = \frac{n!}{m!(n-m)!}。$$

#### 3. 剩餘定理：

$$C_m^n = C_{n-m}^n$$

#### 例題 1：

求  $C_8^{11}$  之值為？

165

#### 練習 1：

試求下列各值：

(1)  $C_3^6$       (2)  $C_4^9$

(1)20    (2)126

#### 例題 2：

解下列各方程式： $(x$  為自然數)

(1)  $C_x^{10} = C_{3x-2}^{10}$       (2)  $C_x^{18} = C_{x-2}^{18}$

(1)  $x=1,3$       (2)  $x=10$

**練習 2：**

(1) 設  $C_5^{20} = C_{m+6}^{20}$ ，則  $m = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $C_3^m = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 設  $C_{20}^n = C_{13}^n$ ，則  $n = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $C_{31}^n = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(1) 9, 84      (2) 33, 528

**例題 3：**

設有 12 個人，A、B、C 是其中的三人，自此 12 人中選出 5 人，求下列各方法數：

- (1) 任意選 (2) A 必須選入 (3) 不含 A (4) A、B 同時在內 (5) A、B 恰有一人入選  
(6) A、B、C 三人至少有一人入選

(1) 792      (2) 330      (3) 462      (4) 120      (5) 420      (6) 666

**練習 3：**

男生 8 人，女生 5 人參加課外活動，甲、乙是其中二人，今要選出 4 人準備作報告，下列的選法各有多少種？

- (1) 甲、乙二人必須選入 (2) 甲、乙二人不得選入 (3) 甲、乙二人中只能選出一人  
(4) 甲、乙二人不能同時入選 (5) 選出兩個男生，兩個女生 (6) 至少選出一個女生

(1) 55      (2) 330      (3) 330      (4) 660      (5) 280      (6) 645



**例題 4：**

已知有 9 位新轉進來的學生欲平均分發到忠、孝、仁三個班級，則其分法有多少種？

1680

**練習 4：**

一副撲克牌共有 52 張，自其中任取 2 張，2 張號碼相同者共有多少種？

78

**例題 5：**

有黃、綠、紅…等 8 種不同顏色的色紙各一張，試求：

(1) 任意選出 4 張，共有多少種選法？

(2) 若規定黃、綠二種顏色必選，有多少種選法？

(1)70 (2)15

**練習 5：**

合作社有咖哩、海苔、泡菜…等 10 種不同口味的拉麵可供選擇，試求：

(1) 任意選 5 種口味，共有多少種選法？

(2) 若咖哩、海苔二種口味必選，有多少種選法？

(1)252 (2)56

## 2-1 課後練習：

- ( ) 1. 試求  $C_3^7$  的組合數？ (A) 21 (B) 35 (C) 70 (D) 210。
- ( ) 2. 試求  $C_5^5$  的組合數？ (A) 0 (B) 1 (C) 5 (D) 25。
- ( ) 3. 試求  $C_2^9 + C_3^9$  的組合數？ (A) 36 (B) 84 (C) 96 (D) 120。
- ( ) 4. 求  $C_3^{10}$  組合數？ (A) 120 (B) 240 (C) 360 (D) 720。
- ( ) 5. 求  $C_2^{10} + C_8^{10}$  組合數？ (A) 45 (B) 90 (C) 180 (D) 240。
- ( ) 6. 求  $C_{100}^{100}$  組合數？ (A) 0 (B) 1 (C) 100 (D) 200。
- ( ) 7. 某次數學考試規定由 10 題中選 6 題作答，求任意選的選法有多少種？  
(A) 105 (B) 210 (C) 360 (D) 420。
- ( ) 8. 某次數學考試規定由 10 題中選 6 題作答，若前 3 題必選，求選法有多少種？  
(A) 35 (B) 45 (C) 70 (D) 90。
- ( ) 9. 某次數學考試規定由 10 題中選 6 題作答，若前三題至少選一題，求選法有多少種？  
(A) 198 (B) 203 (C) 216 (D) 225。
- ( ) 10. 某次甄試，數學試題規定由 20 題中任選 18 題作答，求前 5 題必選的選法有多少種？  
(A) 35 (B) 70 (C) 105 (D) 210。
- ( ) 11. 求  $C_7^n = C_4^n$  中自然數  $n$  的值？ (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13。
- ( ) 12. 求  $C_{2n}^{16} = C_{n+1}^{16}$  中自然數  $n$  的值？  
(A)  $n=1$  或  $n=5$  (B)  $n=2$  或  $n=5$  (C)  $n=3$  或  $n=5$  (D)  $n=4$  或  $n=5$ 。
- ( ) 13. 若  $C_n^5 = C_{n-1}^5$ ，求  $n$  的值？ (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4。
- ( ) 14. 將六位新生平均分發到甲、乙、丙三班，試問共有幾種分法？  
(A) 45 (B) 90 (C) 120 (D) 180。
- ( ) 15. 本校共有轉學生 8 名，分配至甲班 2 人、乙班 3 人、丙班 3 人就讀，則共有幾種分配方法？  
(A) 560 (B) 480 (C) 540 (D) 500。
- ( ) 16. 某次考試，規定 13 題中選做 10 題，求首 5 題必選做 3 題且只許做 3 題的選法  
(A) 80 (B) 165 (C) 286 (D) 126。
- ( ) 17. 某次數學考試，規定由 10 題中任選 8 題作答，則選法共有幾種？  
(A) 90 (B) 80 (C) 60 (D) 45。
- ( ) 18. 某次數學考試，規定由 10 題中任選 8 題作答，若規定前 4 題必須作答，則選法共有幾種？  
(A) 30 (B) 20 (C) 15 (D) 10。
- ( ) 19. 由 5 名男生、4 名女生中選 4 人，若規定 4 人中至少 2 名男生，至少 1 名女生，則選法共有幾種？  
(A) 100 (B) 120 (C) 150 (D) 180。
- ( ) 20. 有一籃球隊共有 12 位選手，其前鋒、中鋒、後衛人數分別為 4 人、3 人、5 人，現在要選 5 位選手上場比賽，一般籃球比賽中，每隊的前鋒、中鋒、後衛人數分別為 2 人、1 人、2 人，問共有幾種不同選法？  
(A) 120 (B) 154 (C) 180 (D) 225。
- ( ) 21. 設有 6 個足球隊參加比賽，若任意兩隊都互相比賽一場次，則共有多少場次的比賽  
(A) 10 (B) 15 (C) 20 (D) 25。
- ( ) 22. 從 6 雙鞋子中任取 6 隻，恰含 2 雙的取法有幾種？  
(A) 96 (B) 120 (C) 240 (D) 360。

- ( )23. 某次考試共有 10 題計算題，因時間關係只從其中任選 7 題作答，若任意選取，則共有 (A) 210 (B) 180 (C) 120 (D) 100 種選法。
- ( )24. 某次數學考試，規定由 12 題中，任選 10 題作答，若不考慮題號順序，則共有幾種選法？ (A) 66 (B) 72 (C) 132 (D) 60。
- ( )25. 由 5 名男生、4 名女生中選 4 人，若女生至少選出 1 名，則選法共有幾種？ (A) 121 (B) 123 (C) 125 (D) 126。

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
B	B	D	A	B	B	B	A	B	C
(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)
B	A	C	B	A	A	D	C	A	C
(21)	(22)	(23)	(24)	(25)					
B	D	C	A	A					

## 2-2 幾何圖形問題

### 1. 直線：

(1) 設有  $n$  個相異點，若其中任三點不共線，則這  $n$  個點可決定  $C_2^n$  條直線。

(2) 設有  $n$  個相異點，若其中有  $m$  點共線 ( $3 \leq m \leq n$ )，其餘各點之中任三點不共線，則可決定  $C_2^n - C_2^m + 1$  條直線。

### 2. 三角形：

設有  $n$  個相異點，若其中任三點不共線，則這  $n$  個點可決定  $C_3^n$  個三角形。

設有  $n$  個相異點，若其中有  $m$  點共線 ( $3 \leq m \leq n$ )，其餘各點之中任三點不共線，則可決定  $C_3^n - C_3^m$  個三角形。

### 例題 1：

設平面上有相異 8 個點，其中任三點不共線，則此 8 個點共可決定幾條相異直線。

28

### 練習 1：

設平面上有相異 10 個點，其中任三點不共線，則此 10 個點共可決定幾條相異直線。

45

### 例題 2：

設平面上有相異 8 個點，其中任三點不共線，則此 8 個點共可決定幾條三角形。

56

### 練習 2：

設平面上有相異 10 個點，其中任三點不共線，則此 10 個點共可決定幾個三角形。

120

**例題 3：**

試求凸五邊形的對角線共有幾條。

5

**練習 3：**

試求凸十二邊形的對角線共有幾條。

54

**例題 4：**

平面上有 10 個相異點，其中恰有 4 點共線，除此之外，沒有任何三點共線，則此 10 個點可決定幾條直線。

40

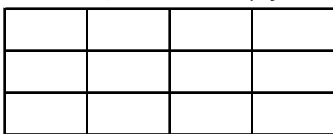
**練習 4：**

平面上有 10 個相異點，其中恰有 4 點共線，除此之外，沒有任何三點共線，則此 10 個點可決定幾個三角形。

116

**例題 5：**

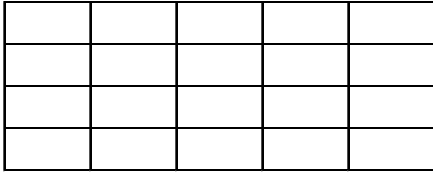
如下圖中，共有多少個矩形。



60

練習 5：

如下圖所示，由 5 條橫線與 6 條直線，共可決定幾個矩形。

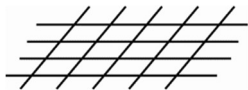


150

2-2 課後練習：

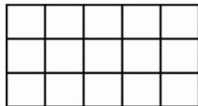
( ) 1. 若平面上有八點構成一八邊形，則其對角線共有  
(A) 20 條 (B) 22 條 (C) 24 條 (D) 26 條

( ) 2. 下圖由兩組平行線所構成，共可決定幾個平行四邊形？



(A) 30 (B) 36 (C) 45 (D) 60

( ) 3. 下圖中，線段圍成之矩形共有多少個？



(A) 15 個 (B) 30 個 (C) 60 個 (D) 90 個

( ) 4. 平面上有相異的 3 個圓和 5 條直線，至多可形成幾個交點？  
(A) 15 (B) 30 (C) 36 (D) 46

( ) 5. 求凸九邊形的對角線共有多少條？  
(A) 27 條 (B) 36 條 (C) 63 條 (D) 72 條

( ) 6. 已知平面上有 12 個相異點，且任意三點都不共線，則這 12 個點最多可以畫出多少條相異直線？ (A) 12 (B) 24 (C) 66 (D) 132

( ) 7. 圓周上相異 8 點，以這些為頂點，可作成幾個不同的三角形？  
(A) 56 (B) 112 (C) 168 (D) 336

( ) 8. 平面上有 7 個點，其中 4 點共線，其餘皆無三點共線之狀況，則共可作出幾個三角形？ (A) 30 (B) 31 (C) 34 (D) 35

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
A	D	D	D	A	C	A	B

## 第三單元：機率

### 3-1 集合

#### 1. 什麼是集合：

##### (1) 集合與元素

i. 集合是由一些明確而可鑑定的東西所組成的群體，組成這個群體的每個東西，稱為這個集合的元素。

ii.  $a \in S \Leftrightarrow a$  是集合  $S$  的一個元素。 $(a \in S$  讀做“ $a$  屬於  $S$ ”)

$a \notin S \Leftrightarrow a$  不是集合  $S$  的一個元素。 $(a \notin S$  讀做“ $a$  不屬於  $S$ ”)

##### (2) 集合的表示法

列表式：將集合所含的元素逐一系列出來，再用  $\{\dots\}$  把它們括在一起。

#### 2. 相等集合：

二集合  $A$  與  $B$ ，若  $A$  中每一元素都是  $B$  的元素，且  $B$  中每一元素都是  $A$  的元素，則稱  $A$  與  $B$  相等，記為  $A=B$ 。

#### 3. 空集合：

不含任何元素的集合，稱為空集合，以  $\emptyset$  怎表之。

#### 4. 集合的運算：

(1) 聯集：把集合  $A$  的所有元素和集合  $B$  的所有元素合併而成的集合，稱為  $A$  與  $B$  的聯集，以  $A \cup B$  表示。

(2) 交集：把集合  $A$  和集合  $B$  的共同元素所成的集合，稱為  $A$  與  $B$  的交集，以  $A \cap B$  表示。

(3) 差集：在集合  $A$  中但不在集合  $B$  中的元素所成的集合，稱為  $A$  減  $B$  的差集，以  $A-B$  表示。

#### 5. 宇集與補集：

宇集：在討論一個給定問題中，包含所有元素的集合稱為  $U$  宇集。

補集：集合  $A$  的補集，即  $U-A$ ，以  $A'$  表示。

#### 6. 集合元素的個數：

設集合  $A$  元素的個數以  $n(A)$  表示。

#### 例題 1：

設  $A = \{1-x, 8\}$ 、 $B = \{y+5, 2\}$ ，若  $A=B$ ，則  $x+y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2

#### 練習 1：

設  $A = \{m+2, 5\}$ 、 $B = \{n-3, 8\}$ ，若  $A=B$ ，試求實數  $m$ 、 $n$  的值。

$m=6, n=8$

**例題 2：**

設  $A = \{2, 4, 5, 6\}$ 、 $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 、 $C = \{2, 4, 6, 8\}$ ，則  $B \cap (A \cup C) =$

$\{2, 3, 4, 5\}$

**練習 2：**

設  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ， $B = \{2, 4, 6, 8\}$ ， $C = \{4, 5, 6, 7, 8\}$ ，則  $(A \cup B) \cap C = ?$

$\{4, 5, 6, 8\}$

**例題 3：**

設  $A = \{5, 8, 3a - 2\}$ 、 $B = \{4, 2b + 3, 9\}$ ，若  $A \cap B = \{4, 5\}$ ，則 (1)  $a =$  \_\_\_\_\_，(2)  $b =$  \_\_\_\_\_。

(1) 2 (2) 1

**練習 3：**

設  $A = \{2, 7, 2x - 1\}$ 、 $B = \{1, 5, 3y + 1\}$ ，若  $A \cap B = \{5, 7\}$ ，試求  $x$ 、 $y$  的值。

$x = 3, y = 2$



**例題 4：**

1 至 500 的自然數中，試求：

- (1) 2 或 3 的倍數，有幾個？
- (2) 是 2 的倍數但不是 3 的倍數，各有幾個？

(1)333 (2)167

**練習 4：**

1 至 600 的自然數中，試求：

- (1) 3 或 5 的倍數，有幾個？
- (2) 是 3 的倍數但不是 5 的倍數，有幾個？

(1)280 (2)160

**例題 5：**

某班有 55 名同學，若期末考成績英文及格者有 37 人，數學及格者有 30 人，兩科都及格者有 17 人，試求：

- (1) 英文或數學及格者有多少人？
- (2) 兩科均不及格者有多少人？

(1)50 人 (2)5 人

**練習 5：**

某班學生有 52 人去解甲、乙兩道題目，已知解對甲題的有 36 人，解對乙題的有 30 人，兩題都解對的有 22 人，試求：

- (1) 至少解出一題的有多少人？
- (2) 兩題均未解出的有多少人？

(1)44 人 (2)8 人

### 3-1 課後練習：

- ( ) 1. 若  $A = \{x+3, 3\}$ ， $B = \{5, 2+y\}$ ，若  $A = B$ ，試求  $x$ 、 $y$  的值？  
(A)  $x = 2$ ， $y = -1$  (B)  $x = -2$ ， $y = 1$  (C)  $x = 2$ ， $y = 1$  (D)  $x = 1$ ， $y = 1$ 。
- ( ) 2. 若  $A = \{x^2 + 2, 1\}$ ， $B = \{2, y + 2\}$ ，且  $A = B$ ，求  $x$ 、 $y$  的值？  
(A)  $x = 0$ ， $y = 1$  (B)  $x = 1$ ， $y = -1$  (C)  $x = 0$ ， $y = -1$  (D)  $x = 0$ ， $y = -2$ 。
- ( ) 3. 若  $A = \{2, 3, 4, 5\}$ ， $B = \{1, 3, 5, 7\}$ ，則  $A \cap B$  為？  
(A)  $\{3, 5\}$  (B)  $\{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$  (C)  $\{2, 4\}$  (D)  $\{1, 7\}$ 。
- ( ) 4. 若  $A = \{2, 3, 4, 5\}$ ， $B = \{1, 3, 5, 7\}$ ，則  $A \cup B$  為？  
(A)  $\{3, 5\}$  (B)  $\{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$  (C)  $\{2, 4\}$  (D)  $\{1, 7\}$ 。
- ( ) 5. 若  $A = \{2, 3, 4, 5\}$ ， $B = \{1, 3, 5, 7\}$ ，則  $A - B$  為？  
(A)  $\{3, 5\}$  (B)  $\{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$  (C)  $\{2, 4\}$  (D)  $\{1, 7\}$ 。
- ( ) 6. 若  $A = \{2, 3, 4, 5\}$ ， $B = \{1, 3, 5, 7\}$ ，則  $B - A$  為？  
(A)  $\{3, 5\}$  (B)  $\{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$  (C)  $\{2, 4\}$  (D)  $\{1, 7\}$ 。
- ( ) 7. 若  $A = \{2, 3, 4\}$ ， $B = \{1, 2, 3\}$ ， $C = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ ，求  $C \cap (A \cup B) = ?$   
(A)  $\{3, 4\}$  (B)  $\{4\}$  (C)  $\{1, 2\}$  (D)  $\{2\}$ 。
- ( ) 8. 若  $A = \{2, 3, 4\}$ ， $B = \{1, 2, 3\}$ ， $C = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ ，求  $(A \cap C) - B = ?$   
(A)  $\{3, 4\}$  (B)  $\{4\}$  (C)  $\{1, 2\}$  (D)  $\{2\}$ 。
- ( ) 9. 若  $A = \{2, 3, 4\}$ ， $B = \{1, 2, 3\}$ ， $C = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ ，求  $B - (A \cap C) = ?$   
(A)  $\{3, 4\}$  (B)  $\{4\}$  (C)  $\{1, 2\}$  (D)  $\{2\}$ 。
- ( ) 10. 若字集  $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ， $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ， $B = \{0, 2, 4, 5\}$ ，求  $A' = ?$   
(A)  $\{0, 6\}$  (B)  $\{1, 3, 6\}$  (C)  $\{6\}$  (D)  $\{0, 1, 3, 6\}$ 。
- ( ) 11. 若字集  $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ， $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ， $B = \{0, 2, 4, 5\}$ ，求  $B' = ?$   
(A)  $\{0, 6\}$  (B)  $\{1, 3, 6\}$  (C)  $\{6\}$  (D)  $\{0, 1, 3, 6\}$ 。
- ( ) 12. 在 1 到 200 的自然數中，試求 2 或 5 的倍數共有幾個？  
(A) 80 (B) 120 (C) 140 (D) 160。
- ( ) 13. 在 1 到 200 的自然數中，試求是 5 的倍數但不是 2 的倍數共有幾個？  
(A) 50 (B) 40 (C) 30 (D) 20。
- ( ) 14. 在 1 到 200 的自然數中，試求不為 2 的倍數且不為 5 的倍數共有幾個？  
(A) 80 (B) 90 (C) 100 (D) 105。
- ( ) 15. 在 1 到 300 的自然數中，試求不是 3 的倍數共有幾個？  
(A) 180 (B) 200 (C) 220 (D) 230。
- ( ) 16. 在 1 到 300 的自然數中，試求 3 或 5 的倍數共有幾個？  
(A) 60 (B) 80 (C) 100 (D) 140。
- ( ) 17. 設  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ， $B = \{2, 4, 6, 8\}$ ， $C = \{4, 8\}$ ，試求  $(A \cup B) \cap C = ?$   
(A)  $\{2, 4\}$  (B)  $\{2, 6\}$  (C)  $\{4, 8\}$  (D)  $\{2, 4, 6, 8\}$ 。
- ( ) 18. 設  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ， $B = \{2, 4, 6, 8\}$ ， $C = \{4, 8\}$ ，試求  $(A \cup C) - B = ?$   
(A)  $\{1, 3\}$  (B)  $\{3\}$  (C)  $\{1\}$  (D)  $\{ \}$ 。
- ( ) 19. 某次考試，班上有 40 人，已知英文成績及格的有 22 人，數學成績及格的有 24 人，兩科均及格的有 15 人，試問英文與數學均不及格的有多少人？ (A) 12 (B) 11 (C) 10 (D) 9 人。

- ( )20. 某次考試，班上有 40 人，已知英文成績及格的有 22 人，數學成績及格的有 24 人，兩科均及格的有 15 人，試問英文或數學及格的有多少人？  
 (A) 31 (B) 30 (C) 28 (D) 29 人。
- ( )21. 某班 50 人，考試結果數學 30 人不及格，英文 23 人不及格，兩科均不及格者有 10 人，則數學及格英文不及格者有幾人？  
 (A) 10 (B) 13 (C) 15 (D) 17。
- ( )22. 某班有 40 位學生，其中數學及格的有 18 位，英文及格的有 22 位，英、數兩科皆及格的有 6 位，則兩科都不及格的學生有幾位？  
 (A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 10。
- ( )23. 某班 40 名同學，在某次考試中，數學及格者 25 人，英文及格者 15 人，數學、英文兩科均及格者 12 人，則至少一科及格的有  
 (A) 28 (B) 30 (C) 32 (D) 34 人。

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
C	C	A	B	C	D	A	B	C	A
(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)
B	B	D	A	B	D	C	A	D	A
(21)	(22)	(23)							
B	B	A							

## 3-2 機率的定義

### 1. 樣本空間：

#### (1) 試驗

在不確定的現象上，求出一個結果的過程，稱為試驗。

#### (2) 樣本空間

一項試驗中所有可能發生的結果所形成的集合，稱為樣本空間，以  $S$  表示。樣本空間中的每一元素(即每一可能發生的結果)，稱為一個樣本點，或簡稱為樣本。

### 2. 事件：

#### (1) 定義

樣本空間  $S$  的任一子集，都稱為一個事件。

#### (2) 和事件

由事件  $A$  和事件  $B$  的所有樣本所構成的事件，稱為  $A$  與  $B$  的和事件，以  $A \cup B$  表之。

#### (3) 積事件

由事件  $A$  和事件  $B$  的所共有的樣本所構成的事件，稱為  $A$  與  $B$  的積事件，以  $A \cap B$  表之。

#### (4) 餘事件

不在事件  $A$  中的樣本所構成的事件，稱為  $A$  的餘事件，以  $A'$  表之。

#### (5) 互斥事件

二事件  $A$  與  $B$  互斥  $\Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$

### 3. 機率的定義(古典機率)

設  $S$  為有  $n$  的樣本的樣本空間，又假設其中各基本事件出現的機會均等。若  $A \subset S$  為一事件，則事件  $A$  發生的機率為  $A$  之元素個數與  $n$  之比，記為

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{n(A)}{n}。$$

### 例題 1：

投擲兩顆公正的骰子，在出現的點數和為 5 之條件下，其中有一顆為 3 點的事件個數有多少個。

2

### 練習 1：

投擲兩顆公正的骰子，在出現的點數和為 8 之條件下，其中有一顆為 1 點的事件個數有多少個。

0

**例題 2：**

同時投擲兩顆均勻的骰子，試寫出點數和為 8 之事件。

$\{(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)\}$

**練習 2：**

同時投擲兩顆均勻的骰子，試寫出點數和為 10 之事件。

$\{(4, 6), (5, 5), (6, 4)\}$

**例題 3：**

同時投擲兩顆公正的骰子，試求：

- (1) 出現點數和為 8 之事件  $A$
- (2) 出現點數和為 7 的事件  $B$
- (3) 事件  $A$  與  $B$  是否為互斥事件？

(1)  $\{(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)\}$  ; (2)  $\{(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)\}$  ; (3) 是

### 練習 3：

連續投擲一硬幣三次的隨機試驗，試求：

- (1) 三次出現同一面的事件  $A$
- (2) 恰出現二正面的事件  $B$
- (3) 至少出現二反面的事件  $C$
- (4) 事件  $B$  與  $C$  是否為互斥事件？
- (5) 事件  $A$  與  $C$  是否為互斥事件？

- (1)  $A = \{(\text{正}, \text{正}, \text{正}), (\text{反}, \text{反}, \text{反})\}$ ; (2)  $B = \{(\text{正}, \text{正}, \text{反}), (\text{正}, \text{反}, \text{正}), (\text{反}, \text{正}, \text{正})\}$ ; (3)  $C = \{(\text{反}, \text{反}, \text{正}), (\text{反}, \text{正}, \text{反}), (\text{正}, \text{反}, \text{反}), (\text{反}, \text{反}, \text{反})\}$ ; (4)  $B$  與  $C$  為互斥事件; (5)  $A$  與  $C$  不為互斥事件

### 例題 4：

擲一顆公正骰子的隨機試驗，試求：

- (1) 出現奇數點的事件  $A$
- (2) 出現點數大於 3 的事件  $B$
- (3)  $A$  的餘事件  $A'$
- (4)  $A$  與  $B$  的和事件
- (5)  $A$  與  $B$  的積事件

- (1)  $\{1, 3, 5\}$ ; (2)  $\{4, 5, 6\}$ ; (3)  $\{2, 4, 6\}$ ; (4)  $\{1, 3, 4, 5, 6\}$ ; (5)  $\{5\}$

### 練習 4：

投擲一顆骰子的隨機試驗，觀察出現的點數，試寫出：

- (1) 出現奇數點的事件  $A$
- (2) 出現點數大於 2 的事件  $B$
- (3)  $A$  的餘事件  $A'$
- (4)  $A$  與  $B$  的和事件
- (5)  $A$  與  $B$  的積事件

- (1)  $A = \{1, 3, 5\}$ ; (2)  $B = \{3, 4, 5, 6\}$ ; (3)  $A' = \{2, 4, 6\}$ ; (4)  $A \cup B = \{1, 3, 4, 5, 6\}$ ; (5)  $A \cap B = \{3, 5\}$

**例題 5：**

擲三枚公正的硬幣，求下列各事件的機率

- (1) 三枚都出現正面      (2) 出現二枚正面、一枚反面

(1)  $\frac{1}{8}$       (2)  $\frac{3}{8}$

**練習 5：**

- (1) 擲三枚公正的硬幣，求三枚出現同一面的機率  
(2) 一公正的硬幣擲三次，求至少出現二次正面之機率

(1)  $\frac{1}{4}$       (2)  $\frac{1}{2}$

**例題 6：**

擲三個公正的骰子，求下列各事件的機率

- (1) 三骰子出現同一點數      (2) 至少有兩個骰子出現偶數點      (3) 三骰子出現的點數互異  
(4) 三骰子出現的點數之和為 9 的倍數

(1)  $\frac{1}{36}$       (2)  $\frac{1}{2}$       (3)  $\frac{5}{9}$       (4)  $\frac{13}{108}$

**練習 6：**

擲三個公正的骰子，求出現點數之和為 5 的機率。

$\frac{1}{36}$

例題 7：

投擲一顆公正骰子，則出現點數小於或等於 5 的機率為？

$\frac{5}{6}$

練習 7：

同時投擲兩顆公正的骰子，出現點數和小於 10 之機率為？

$\frac{5}{6}$

3-2 課後練習：

- ( ) 1. 投擲一枚均勻硬幣三次，觀察其出現正面或反面，試求樣本空間  $S$ ？  
(A)  $\{(正, 正, 反), (正, 反, 正), (反, 正, 正), (正, 反, 反), (反, 正, 反), (反, 反, 正), (反, 反, 反)\}$  (B)  $\{(正, 反, 正), (反, 正, 正), (正, 反, 反), (反, 正, 反), (反, 反, 正), (反, 反, 反)\}$  (C)  $\{(正, 正, 正), (正, 正, 反), (正, 反, 正), (反, 正, 正), (正, 反, 反), (反, 反, 正), (反, 反, 反)\}$   
(D)  $\{(正, 正, 正), (正, 正, 反), (正, 反, 正), (反, 正, 正), (正, 反, 反), (反, 正, 反), (反, 反, 正), (反, 反, 反)\}$ 。
- ( ) 2. 投擲一枚均勻硬幣三次，觀察其出現正面或反面，試求三次出現同一面的事件  $A$ ？  
(A)  $\{\}$  (B)  $\{(反, 反, 反)\}$   
(C)  $\{(正, 正, 正)\}$  (D)  $\{(正, 正, 正), (反, 反, 反)\}$ 。
- ( ) 3. 投擲一枚均勻硬幣三次，觀察其出現正面或反面，試求恰出現一正面的事件  $B$ ？ (A)  $\{(正, 反, 反)\}$  (B)  $\{(反, 反, 正)\}$  (C)  $\{(反, 正, 反), (反, 反, 正)\}$  (D)  $\{(正, 反, 反), (反, 正, 反), (反, 反, 正)\}$ 。
- ( ) 4. 投擲一枚均勻硬幣三次，觀察其出現正面或反面，試求至少出現二正面的事件  $C$ ？ (A)  $\{(反, 正, 正)\}$  (B)  $\{(正, 正, 正), (正, 正, 反), (正, 反, 正), (反, 正, 正)\}$  (C)  $\{(正, 反, 正), (反, 正, 正)\}$  (D)  $\{(正, 正, 正), (正, 正, 反), (正, 反, 正)\}$ 。
- ( ) 5. 投擲一枚均勻硬幣三次，觀察其出現正面或反面，試求三次出現同一面的事件  $A$  與至少出現二正面的事件  $C$  是否為互斥事件？  
(A) 是 (B) 否 (C) 不一定 (D) 無解。
- ( ) 6. 投擲一枚均勻硬幣三次，觀察其出現正面或反面，試求恰出現一正面的事件  $B$  與至少出現二正面的事件  $C$  是否為互斥事件？  
(A) 是 (B) 否 (C) 不一定 (D) 無解。



- ( )7. 投擲一枚均勻硬幣三次，觀察其出現正面或反面，試求第一次出現正面的事件  $A$  ? (A)  $\{(正, 反, 正), (正, 反, 反)\}$  (B)  $\{(正, 正, 正), (正, 正, 反)\}$  (C)  $\{(正, 正, 正), (正, 正, 反), (正, 反, 正), (正, 反, 反)\}$  (D)  $\{(正, 正, 反), (正, 反, 正), (正, 反, 反)\}$ 。
- ( )8. 投擲一枚均勻硬幣三次，觀察其出現正面或反面，試求第二次出現正面的事件  $B$  ? (A)  $\{(正, 正, 反), (反, 正, 正), (反, 正, 反)\}$  (B)  $\{(正, 正, 正), (反, 正, 正), (反, 正, 反)\}$  (C)  $\{(正, 正, 正), (正, 正, 反), (反, 正, 正), (反, 正, 反)\}$  (D)  $\{(反, 正, 反)\}$ 。
- ( )9. 投擲一枚均勻硬幣三次，觀察其出現正面或反面，試求第一次出現正面的事件  $A$  與第二次出現正面的事件  $B$  是否為互斥事件 ? (A) 是 (B) 否 (C) 不一定 (D) 無解。
- ( )10. 投擲一粒公正骰子兩次，觀察其出現的點數，試求出現兩次的點數和為 6 的事件  $A$  ? (A)  $\{(3, 3), (4, 2), (5, 1)\}$  (B)  $\{(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)\}$  (C)  $\{(1, 5), (2, 4), (4, 2), (5, 1)\}$  (D)  $\{(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2)\}$ 。
- ( )11. 投擲一粒公正骰子兩次，觀察其出現的點數，試求出現兩次的點數相同的事件  $B$  ? (A)  $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$  (B)  $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$  (C)  $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$  (D)  $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$ 。
- ( )12. 投擲一粒公正骰子兩次，觀察其出現的點數，試求兩次點數和小於 5 的事件  $B$  ? (A)  $\{(1, 1), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (3, 1)\}$  (B)  $\{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (3, 1)\}$  (C)  $\{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2)\}$  (D)  $\{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (3, 1)\}$ 。
- ( )13. 投擲一粒公正骰子 (即各種點數出現的機會相等)，試求點數為奇數點的機率 ? (A)  $\frac{1}{6}$  (B)  $\frac{1}{4}$  (C)  $\frac{1}{3}$  (D)  $\frac{1}{2}$ 。
- ( )14. 投擲一粒公正骰子 (即各種點數出現的機會相等)，試求點數為 3 的倍數的機率 ? (A)  $\frac{1}{6}$  (B)  $\frac{1}{4}$  (C)  $\frac{1}{3}$  (D)  $\frac{1}{2}$ 。
- ( )15. 同時投擲三枚均勻硬幣，試求恰有二個反面發生的機率 ? (A)  $\frac{3}{8}$  (B)  $\frac{5}{8}$  (C)  $\frac{3}{4}$  (D)  $\frac{1}{3}$ 。
- ( )16. 同時投擲三枚均勻硬幣，試求至少有一個反面發生的機率 ? (A)  $\frac{1}{8}$  (B)  $\frac{3}{8}$  (C)  $\frac{5}{8}$  (D)  $\frac{7}{8}$ 。
- ( )17. 同時投擲兩粒公正骰子，試求點數和小於 10 的機率 ? (A)  $\frac{1}{6}$  (B)  $\frac{5}{6}$  (C)  $\frac{29}{36}$  (D)  $\frac{31}{36}$ 。

- ( )18. 投擲兩粒公正骰子，求點數和為 6 發生的機率？  
 (A)  $\frac{1}{6}$  (B)  $\frac{5}{6}$  (C)  $\frac{1}{36}$  (D)  $\frac{5}{36}$ 。
- ( )19. 投擲兩粒公正骰子，求至少有一粒出現 6 點發生的機率？  
 (A)  $\frac{11}{36}$  (B)  $\frac{13}{36}$  (C)  $\frac{15}{36}$  (D)  $\frac{17}{36}$ 。
- ( )20. 同時投擲三粒公正骰子，試求三粒骰子中至少有一粒點數為 1 的機率？  
 (A)  $\frac{87}{216}$  (B)  $\frac{91}{216}$  (C)  $\frac{103}{216}$  (D)  $\frac{125}{216}$ 。
- ( )21. 同時投擲四枚均勻硬幣，求至少出現一次正面的機率？  
 (A)  $\frac{1}{16}$  (B)  $\frac{15}{16}$  (C)  $\frac{1}{4}$  (D)  $\frac{3}{4}$ 。
- ( )22. 袋中有白色球 5 個，黑色球 4 個，自袋中每次取一球連續取兩次，若取出後不放回，求依序取到白球、黑球的機率？  
 (A)  $\frac{5}{9}$  (B)  $\frac{1}{2}$  (C)  $\frac{5}{18}$  (D)  $\frac{2}{3}$ 。
- ( )23. 袋中有白色球 5 個，黑色球 4 個，自袋中每次取一球連續取兩次，若取出後放回，求依序取到白球、黑球的機率？  
 (A)  $\frac{5}{9}$  (B)  $\frac{4}{9}$  (C)  $\frac{20}{27}$  (D)  $\frac{20}{81}$ 。
- ( )24. 自一副撲克牌 (52 張) 中抽出一張，若每張被抽出的機會均等，求抽出的牌為紅心的機率？ (A)  $\frac{1}{26}$  (B)  $\frac{1}{13}$  (C)  $\frac{1}{4}$  (D)  $\frac{1}{2}$ 。
- ( )25. 自一副撲克牌 (52 張) 中抽出一張，若每張被抽出的機會均等，求抽出的牌為紅色牌的機率？ (A)  $\frac{1}{26}$  (B)  $\frac{1}{13}$  (C)  $\frac{1}{4}$  (D)  $\frac{1}{2}$ 。
- ( )26. 同時擲兩粒公正骰子，求點數和大於 9 的機率為  
 (A)  $\frac{5}{36}$  (B)  $\frac{7}{36}$  (C)  $\frac{1}{6}$  (D)  $\frac{1}{36}$ 。

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
D	D	D	B	B	A	C	C	B	B
(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)
A	D	D	C	A	D	B	D	A	B
(21)	(22)	(23)	(24)	(25)	(26)				
B	C	D	C	D	C				

## 第四單元：統計

### 4-1 次數分配

#### 1. 次數分配表的編製與步驟

當統計資料過分龐雜，編製次數分配表，能幫助我們化繁雜為簡單，使之即便於分析比較，又易於計算。次數分配表編製的步驟如下：

- (1) 求全距：全距即是全部資料中最大和最小的兩數據之差。
- (2) 定組數：統計資料的分類，稱為分組，分組的目數稱為組數。通常分成 7 至 15 組。
- (3) 定組距：將資料分組，每一組的範圍，稱為每一組的組距。若採用相等的組距，則組距 = 全距 / 組數。
- (4) 定組限：每一組上下兩端的界限，稱為該組的組限。數值較小的組限稱為下限，數值較大的組限稱為上限。在定組限時，務必使最小一組的下限，較實際資料的最小值略低或相等，而且最大一組的上限，務必較真實資料的最大值略高或相等。
- (5) 歸類劃記：將每一原始資料在對影的組內填記一劃，五劃為一小束(或一正字)，以便計算統計。
- (6) 計算次數：歸類劃記工作完成後，計算各組的次數，並將其結果以阿拉伯數字記載於整理表中的次數欄內，同時再將各組的次數相加，求其總和，此總和應與原始資料之個數相符。

#### 2. 直方圖

直方圖的畫法為：以變量為橫軸，按次數分配表之組限，將之劃分成若干線段(即分組)，再以各組為底，其對應的次數為高，劃長方形，即為直方圖。

#### 3. 累積次數分配表

就從小而大的組別而言，將次數分配表內各組的次數，從上而下順次累加後，將所得數值記入對應的組內，即得「以下累積次數分配表」。但若將各組的次數，改換成由下而上順次累加，則所得的表稱為「以上累積次數分配表」，如下表所示。

組 別	次 數	以下累積次數	以上累積次數
$L_1 - U_1$	$f_1$	$f_1$	$f_1 + f_2 + \cdots + f_k$
$L_2 - U_2$	$f_2$	$f_1 + f_2$	$f_2 + \cdots + f_k$
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
$L_k - U_k$	$f_k$	$f_1 + f_2 + \cdots + f_k$	$f_1$
總 計	$n$		

#### 4. 累積次數曲線圖

- (1) 以下累積次數曲線圖的作法，係以各組的上限為橫軸坐標，與各該組對應的以下累積次數為縱坐標，在圖上定出各點的位置，然後連接各點，即得一以下累積曲線圖。
- (2) 以上累積次數曲線圖的作法，係以各組的下限為橫軸坐標，與各該組對應的以上累積次數為縱坐標，在圖上定出各點的位置，然後連接各點，即得一以上累積曲線圖。

#### 例題 1：

某社團 40 人每週上網時間的次數分配表如下，試作出次數分配直方圖。

上網時間(小時)	人數
6~9	4
9~12	7
12~15	13
15~18	9
18~21	5
21~24	2
總計	40

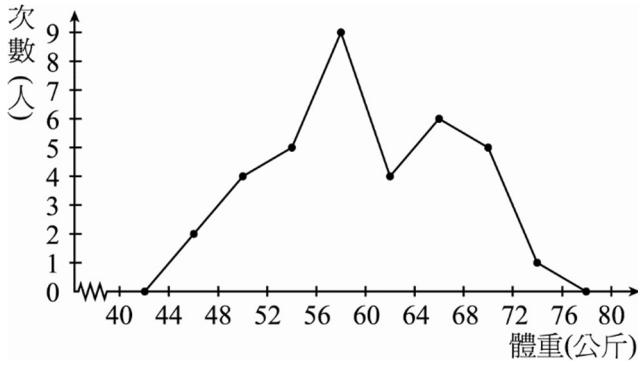
#### 練習 1：

某班 50 位同學第一次段考數學科成績次數分配表如下，作出次數分配直方圖。

成績(分)	劃記	人數
30~40		3
40~50		5
50~60		11
60~70		18
70~80		9
80~90		4
總計		50

**例題 2：**

下圖是高二某班全部同學體重的次數分配曲線圖：

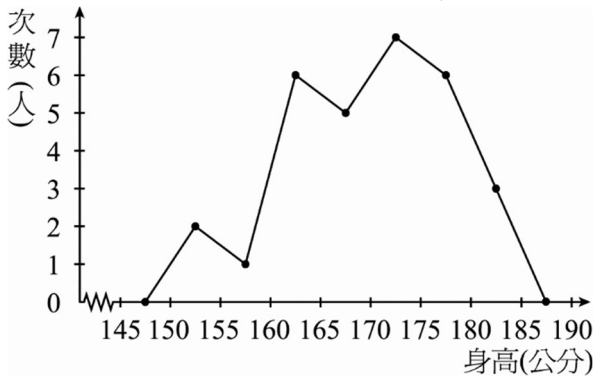


試求：(1)組距 (2)共分成幾組 (3)體重在 64 公斤以上的人數 (4)全班人數

(1)4 公斤;(2)8 組;(3)12 人;(4)36 人

**練習 2：**

下圖是高一某班全部同學身高的次數分配曲線圖：



試求：(1)組距 (2)共分成幾組 (3)身高在 170 公分以上的人數 (4)全班人數

(1)5 公分;(2)7 組;(3)16 人;(4)30 人

**例題 3：**

焯倫高商高二某班 50 位同學的體重次數分配表如下，試作其以下及以上累積次數分配表。

體重 (公斤)	人數
42~46	2
46~50	5
50~54	9
54~58	13
58~62	11
62~66	7
66~70	3
總計	50

**練習 3：**

某社團 40 人每週上網時間的次數分配表如下，作出以下及以上累積次數分配表。

上網時間(小時)	人數
6~9	4
9~12	7
12~15	13
15~18	9
18~21	5
21~24	2
總計	40

例題 4：

以下為小新班上 50 位小朋友注音符號考試成績的累積次數分配表：

成績(分)	次數(人)	以上累積 次數(人)	以下累積 次數(人)
40~50	2	50	2
50~60	5	48	7
60~70	10	$b$	17
70~80	9	$a$	$c$
80~90	16	24	$d$
90~100	8	8	50
總計	50		

試求： $a+b-c-d$  之值。

8

練習 4：

以下為小新班上 50 位小朋友身高的累積次數分配表：

身高 (公分)	次數(人)	以上累積 次數(人)	以下累積 次數(人)
80~85	4	50	4
85~90	5	46	9
90~95	9	$c$	$d$
95~100	12	$b$	$e$
100~105	15	$a$	$f$
105~110	5	5	50
總計	50		

試求： $a+b-c-d-e+f$  之值。

8

**例題 5：**

煒倫高商高二某班 50 位同學的體重累積次數分配表如下，試作以下累積次數分配曲線圖及以上累積次數分配曲線圖。

體重 (公斤)	人數	以下累積次數	以上累積次數
42~46	2	2	50
46~50	5	7	48
50~54	9	16	43
54~58	13	29	34
58~62	11	40	21
62~66	7	47	10
66~70	3	50	3
總計	50		



練習 5：

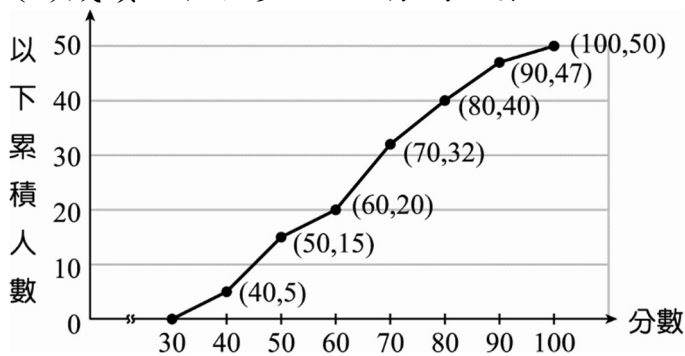
某社團 40 人每週上網時間的累積次數分配表如下，作出以下累積次數分配曲線圖及以上累積次數分配曲線圖。

上網時間 (小時)	人數	以下累積次數	以上累積次數
6~9	4	4	40
9~12	7	11	36
12~15	13	24	29
15~18	9	33	16
18~21	5	38	7
21~24	2	40	2
總計	40		

**例題 6：**

某商職國貿科 50 位學生，期末考英文成績的以下累積次數分配曲線圖如下，試求：

- (1) 成績至少 50 分的人數
- (2) 成績不及格（即 60 分以下）的人數
- (3) 成績及格但少於 80 分的人數

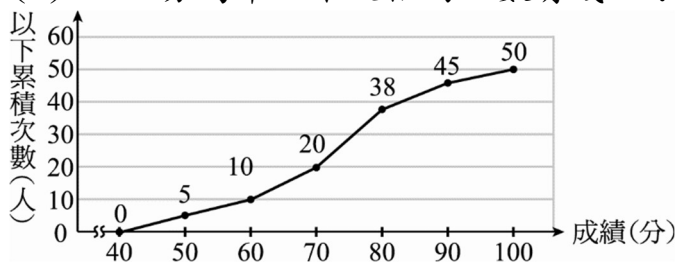


(1) 35 人; (2) 20 人; (3) 20 人

**練習 6：**

已知某班期末考數學成績的以下累積次數分配曲線圖如下，試問：

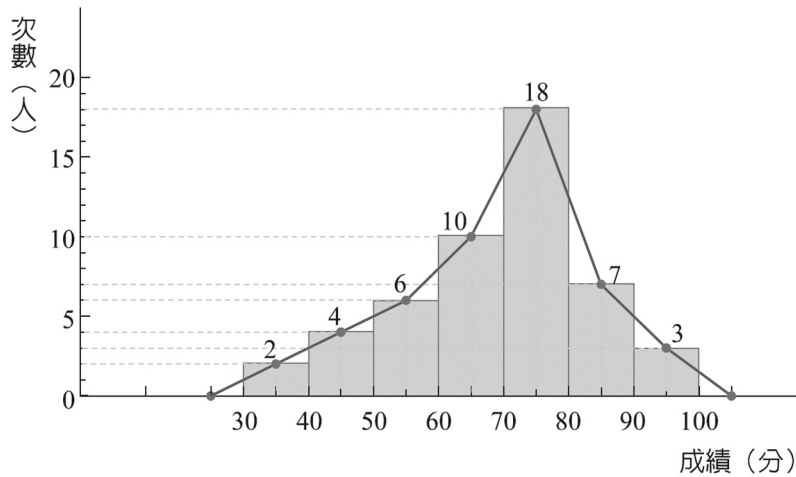
- (1) 以 60 分為準，不及格的人數有幾人？
- (2) 至少 80 分的人數有幾人？



(1) 10 人; (2) 12 人

4-1 課後練習：

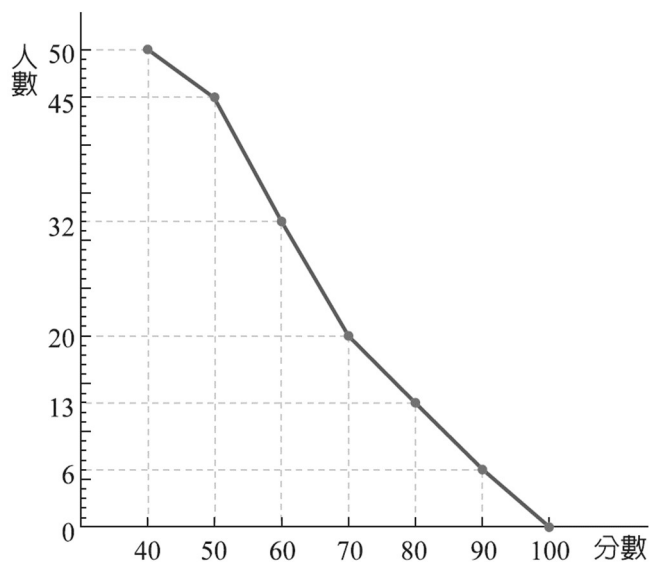
1.~6. 某班第二次月考英文成績的次數分配曲線圖



- ( ) 1. 試問共分為幾組？ (A) 5 (B) 7 (C) 10 (D) 20。
- ( ) 2. 試問組距是幾分？ (A) 5 (B) 10 (C) 15 (D) 20。
- ( ) 3. 試問 60~70 分的有多少人？ (A) 5 (B) 10 (C) 15 (D) 20。
- ( ) 4. 試問不及格的人數為何？ (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13。
- ( ) 5. 試問 90~100 分的共有幾人？ (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4。
- ( ) 6. 試問全班一共有多少人？ (A) 30 (B) 40 (C) 45 (D) 50。

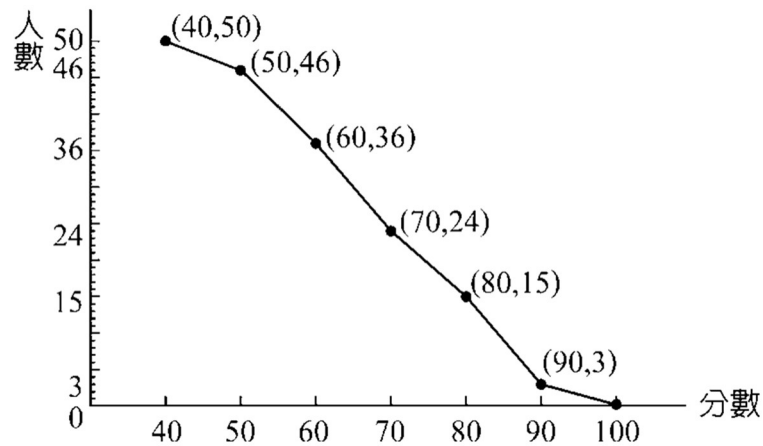
7~8. 某班某次數學考試，累積次數分配曲線圖如下

(採相同組距 10，且不含上限)



- ( ) 7. 試問以 60 分為準，不及格者有多少人？  
(A) 17 (B) 18 (C) 19 (D) 20。
- ( ) 8. 試問 70~80 分有多少人？ (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8。

( )9. 某班數學月考成績之累積分配曲線如下圖：



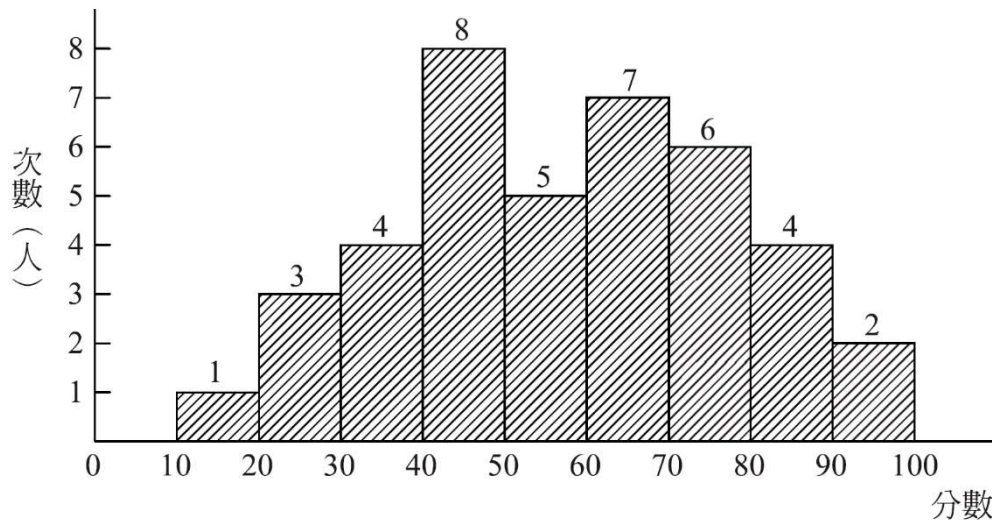
若以 60 分為及格，求不及格的人數有 \_\_\_\_\_

(A) 14 (B) 15 (C) 24 (D) 26 人。

( )10. 下表是某班 40 位同學的家庭人口數之次數及以下累積次數分配表，求  $x + y + z =$  \_\_\_\_\_ (A) 40 (B) 43 (C) 46 (D) 49。

家庭人口數	3	4	5	6	7
次數	7	$x$	8	$y$	2
以上累積次數	7	$y$	28	38	40

11~12. 圖為某校高二某班第二次段考數學科成績的次數分配直方圖。

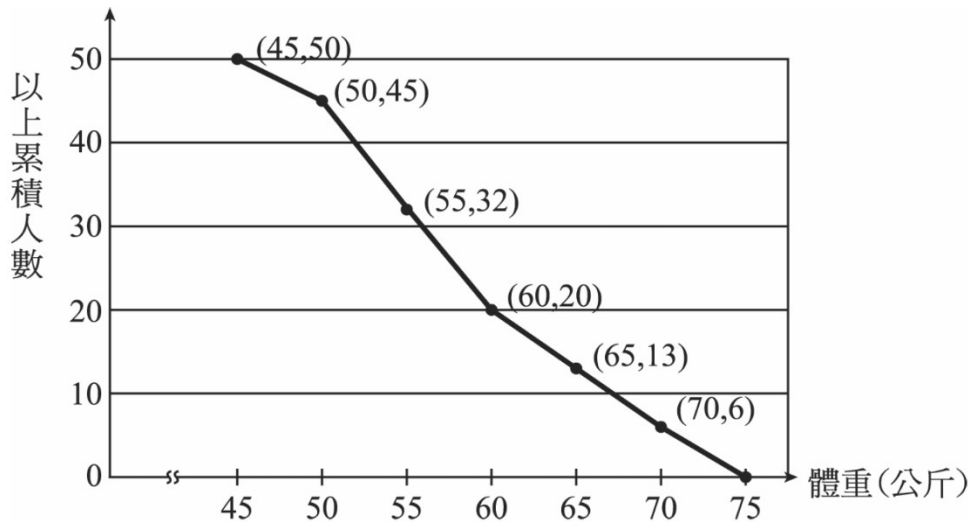


( )11. 試問 60~70 這一組有多少人？ (A) 8 (B) 7 (C) 6 (D) 5 人。

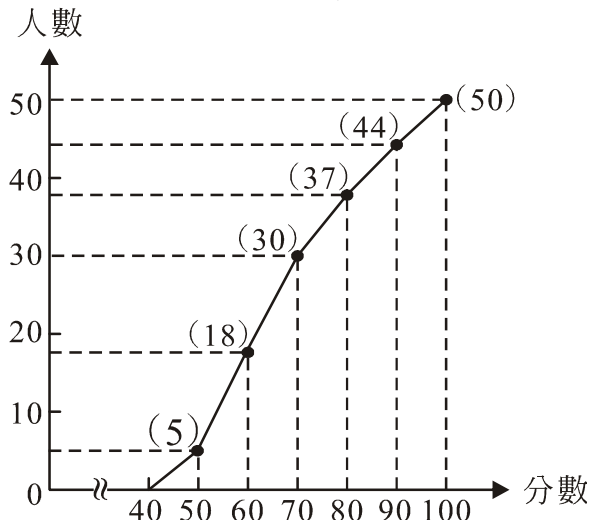
( )12. 試問不及格有多少人？ (A) 19 (B) 20 (C) 21 (D) 22 人。

( )13. 已知有九位學生的英文小考分數為 40、10、40、65、45、75、100、85、80，則全距為 \_\_\_\_\_ (A) 60 (B) 70 (C) 80 (D) 90。

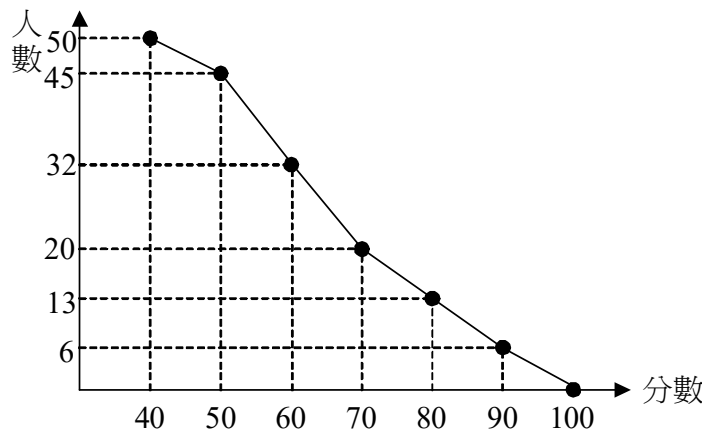
- ( )14. 下圖為某班 50 位學生體重的以上累積次數分配曲線圖；體重 55 公斤以下的有 (A) 32 (B) 18 (C) 20 (D) 30 人。



- 15~16. 某班英文成績的以下累積次數分布曲線圖如下

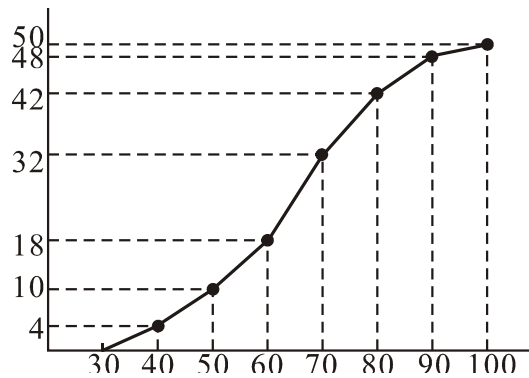


- ( )15. 則及格者有幾人？ (A) 12 (B) 13 (C) 18 (D) 32。  
 ( )16. 80 分以上者有幾人？ (A) 7 (B) 13 (C) 30 (D) 37。  
 17~18. 某班某次數學考試成績的以上累積次數分配曲線圖如下

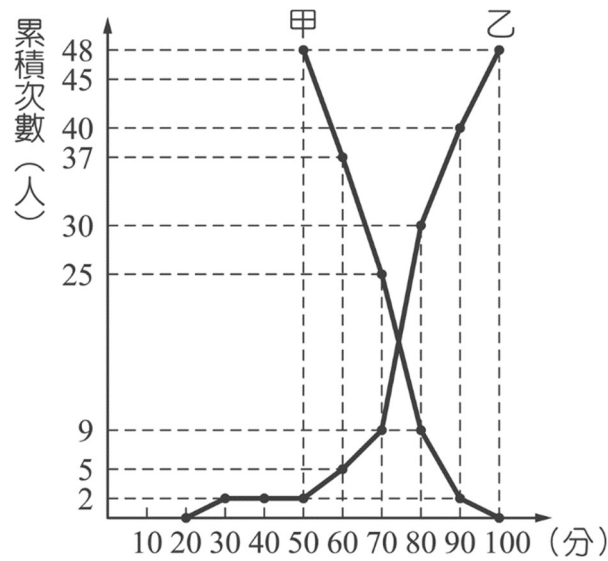


- ( )17. 若以 60 分為及格標準，則及格者有幾人？  
 (A) 12 (B) 18 (C) 20 (D) 32。

- ( ) 18. 80~90 分有幾人？ (A) 6 (B) 7 (C) 13 (D) 37。
- ( ) 19. 某班 50 位同學數學成績的以下累積次數分配圖如下，試問 60~80 分有多少人？ (A) 14 (B) 18 (C) 24 (D) 42。



- ( ) 20. 下圖為某次數學競試甲、乙兩班成績的累積次數分配曲線圖，下列敘述何者正確？
- (A) 甲班人數比乙班人數多 (B) 乙班在 30~40 分這一組共有 2 人
- (C) 乙班及格人數較甲班及格人數多
- (D) 甲班在 60~70 分這一組的人數最多。



(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
B	B	B	C	C	D	B	C	A	B
(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)
B	C	D	B	D	B	D	B	C	C

## 4-2 算數平均數、中位數、四分位距

### 1. 算數平均數

設  $n$  個數值分別為  $x_1, x_2, \dots, x_n$ ，則算數平均數為

$$\bar{X} = M = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$$

### 2. 中位數

將一群數值資料按其大小順序排列後，位置居中的一數稱之為中位數，一般以符號  $Me$  表之。

設  $n$  個數值分別為  $x_1, x_2, \dots, x_n$ ，按其大小順序排列為

$$x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq x_{(3)} \leq \dots \leq x_{(n)}$$

(1) 若  $n = 2k + 1$ ，則中位數為  $Me = x_{(k+1)} = x_{(\frac{n+1}{2})}$

(2) 若  $n = 2k$ ，則中位數為  $Me = \frac{1}{2}[x_k + x_{(k+1)}]$

### 3. 四分位距

(1) 第 3 四分位數：比中位數大之資料的中位數，以  $Q_3$  表示。

(2) 第 1 四分位數：比中位數小之資料的中位數，以  $Q_1$  表示。

(3) 四分位距：第 3 四分位數與第 1 四分位數的差距，以  $IQR$  表示，

$$\text{即 } IQR = Q_3 - Q_1$$

### 例題 1：

某生本學期 10 次數學作業的成績為 89、92、78、84、90、94、88、77、83、85，試求其數學作業的平均成績。

86 分

### 練習 1：

一組資料數值如下：

173、131、154、186、128、225、196、207、148、212

試求其算術平均數。

176

**例題 2：**

大方家共有 7 個人，其年齡分別為 68、40、5、7、36、71、11 歲，試求算術平均數。

34 歲

**練習 2：**

小方家共有 10 個人，其體重分別為 36、20、48、18、56、23、50、65、70、44 公斤，試求算術平均數。

43 公斤

**例題 3：**

融哲這學期 8 次數學小考的成績：88、54、68、92、76、85、72、84 試求其中位數。

80

**練習 3：**

一群資料數值如下：168，9，28，335，8，46，40，試求其中位數。

40

**例題 4：**

試求下列各群數值的中位數：

(1) 12、31、28、45、33、39、42

(2) 52、63、64、126、56、52、47、57、60、45

(1)33; (2)56.5



**練習 4：**

試求下列各群數值的中位數：

(1) 12、31、28、45、33、39、247、42、28

(2) 52、63、44、3、64、126、56、52、47、57、60、45

(1)33; (2)54

**例題 5：**

小偉第一次段考 8 科成績如下：76，78，85，68，80，92，70，83 分。

試求：(1)全距 (2)平均成績 (3)中位數。

(1)24 分;(2)79 分;(3)79 分

**練習 5：**

一群資料數值如下：

35、27、58、42、37、25、42、46、53、35、42、29、33、52、44

試求：(1)全距 (2)算術平均數 (3)中位數。

(1)33; (2)40; (3)42

**例題 6：**

抽樣調查 9 個人的身高資料如下：(單位為公分)

156、193、172、170、148、162、173、175、167

試求：(1)全距 (2)四分位距

(1)45(公分);(2)15(公分)

**練習 6：**

調查班上 8 位同學每週的零用錢得資料如下：(單位為元)

800、750、600、950、500、1200、850、650

試求：(1)全距 (2)四分位距

(1)700 元;(2)275 元

**例題 7：**

一群數值資料如下：

13、16、40、22、16、18、13、15、18、2、11、16

試求：(1)全距 (2)四分位距

(1)38;(2)5

**練習 7：**

某早餐店一星期 7 天的營業額資料如下：(單位為千元)

2.4、1.8、2.1、1.6、3.2、1.9、2.5

試求：(1)全距 (2)四分位距

(1)1.6 千元;(2)0.7 千元

**4-2 課後練習：**

- ( ) 1. 某公司職員有 8 人，這 8 人的年齡分別為 29、25、30、40、43、35、32、38，求平均年齡？ (A) 33 (B) 34 (C) 35 (D) 36。
- ( ) 2. 某次小考，9 位同學數學成績分別為 10、15、18、95、35、100、57、60、78，求其中位數？ (A) 35 (B) 57 (C) 60 (D) 78。
- ( ) 3. 一組試驗所得的資料為 78、85、51、73、100、87、12、69、81、52、71、62，求其中位數？ (A) 71 (B) 72 (C) 73 (D) 81。
- ( ) 4. 一組數字如下：38、6、9、43、17、11、25、100、20，求其中位數？ (A) 11 (B) 17 (C) 20 (D) 25。

- ( )5. 十位同學的英文成績如下：64、59、85、76、64、70、79、50、74、81，求其中位數？ (A) 70 (B) 72 (C) 74 (D) 76。
- ( )6. 某公司 10 位員工的體重資料分別如下：62、55、72、60、62、58、51、68、62、58 (公斤)，試求其算術平均數？  
(A) 60.4 (B) 60.6 (C) 60.8 (D) 61。
- ( )7. 某公司 10 位員工的體重資料分別如下：62、55、72、60、62、58、51、68、62、58 (公斤)，試求其中位數？  
(A) 58 (B) 60 (C) 61 (D) 62。
- ( )8. 五個數 3、5、8、13、16 的算術平均數為 \_\_\_\_\_  
(A) 12 (B) 8 (C) 9 (D) 10。
- ( )9. 設甲、乙兩組第二次月考數學分數如下：  
甲組：31、40、45、46、49、50、53、55、57、58、60、70、75  
乙組：50、53、60、67、68、69、72、76、80、83  
則甲組的中位數為 (A) 50 (B) 55 (C) 49 (D) 53。
- ( )10. 設甲、乙兩組第二次月考數學分數如下：  
甲組：31、40、45、46、49、50、53、55、57、58、60、70、75  
乙組：50、53、60、67、68、69、72、76、80、83  
則乙組的中位數為 (A) 67.5 (B) 69.5 (C) 66.5 (D) 68.5。
- ( )11. 求下列十個數 58、59、61、62、62、62、63、63、64、66 的算術平均數為 (A) 63 (B) 64 (C) 61 (D) 62。
- ( )12. 求下列十個數 58、59、61、62、62、62、63、63、64、66 的中位數為 (A) 61.5 (B) 62.5 (C) 62 (D) 63。
- ( )13. 九位同學的數學段考成績分別為 35、40、60、50、70、80、60、95、60，則中位數為 (A) 40 (B) 50 (C) 60 (D) 70。
- ( )14. 設有一組數值資料分別為 74、68、76、80、77、58、46、54、70、42、66、70，則中位數為 (A) 67 (B) 68 (C) 69 (D) 70。
- ( )15. 某夏令營隊，共有隊員 15 人，其年齡分別為 12、13、14、14、14、15、15、15、15、16、16、16、17、17、18 歲，則這些隊員年齡的中位數為 (A) 14 (B) 15 (C) 16 (D) 17。
- ( )16. 台中地區 12 月份某 6 天之當日平均氣溫為 16、18、17、16、19、22 °C，則此 6 天氣溫的算術平均數為 (A)17(B)18(C)19(D)20 °C。
- ( )17. 某班 9 位同學的英文成績分數為：63、80、56、88、82、71、84、82、78 (分)，試求全距？ (A) 30 (B) 31 (C) 32 (D) 33。
- ( )18. 某班 9 位同學的英文成績分數為：63、80、56、88、82、71、84、82、78 (分)，試求四分位距？ (A) 13 (B) 14 (C) 15 (D) 16。
- ( )19. 某公司 8 位員工的體重資料為：50、54、71、82、63、41、35、45 (公斤)，試求全距？ (A) 45 (B) 46 (C) 47 (D) 48。
- ( )20. 某公司 8 位員工的體重資料為：50、54、71、82、63、41、35、45 (公斤)，試求四分位距？ (A) 24 (B) 25 (C) 26 (D) 27。

- ( )21. 某社團 12 個成員的年齡分別為：27、22、24、33、42、26、22、35、28、37、33、38，試求全距？ (A) 20 (B) 21 (C) 22 (D) 23。
- ( )22. 某社團 12 個成員的年齡分別為：27、22、24、33、42、26、22、35、28、37、33、38，試求四分位距？ (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13。
- ( )23. 有 12 位學生考投籃，每人投籃 10 次，投中次數分別為 3、2、3、7、5、3、6、4、1、3、6、8，求第 1 四分位數  $Q_1$  為 \_\_\_\_\_  
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4。
- ( )24. 有 12 位學生考投籃，每人投籃 10 次，投中次數分別為 3、2、3、7、5、3、6、4、1、3、6、8，求第 3 四分位數  $Q_3$  為 \_\_\_\_\_  
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7。
- ( )25. 設有一組數值資料分別為 74、68、76、80、77、58、46、54、70、42、66、70，則四分位距為 \_\_\_\_\_ (A) 16 (B) 17 (C) 18 (D) 19。
- ( )26. 九位同學的數學段考成績分別為 35、40、60、50、70、80、60、95、60，則四分位距為 \_\_\_\_\_ (A) 25 (B) 30 (C) 35 (D) 40。
- ( )27. 某班 8 位學生體重資料分別為 42、54、52、44、39、61、52、48，則下列何者錯誤？  
(A) 算術平均數為 49 (B) 中位數為 52 (C) 全距為 22 (D) 四分位距為 10。

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
B	B	B	C	B	C	C	C	D	D
(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)
D	C	C	C	B	B	C	D	C	A
(21)	(22)	(23)	(24)	(25)	(26)	(27)			
A	B	C	C	D	B	B			

## 第五單元：指數

### 5-1 指數的運算

#### 1. 指數

對於每一個實數 $a$ ，記號“ $a^n$ ”代表 $a$ 自乘 $n$ 次的乘積，即

$$\underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ 個}} \text{ 讀做 “}a\text{的}n\text{次方”}$$

其中 $a$ 叫做底數， $n$ 叫做指數。 $a^2$ 和 $a^3$ 通常分別讀做 $a$ 的平方和 $a$ 的立方。

#### 2. 指數律

設 $a$ 、 $b$ 為實數， $m$ 、 $n$ 都是自然數，則

$$(1) a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$(2) (a^m)^n = a^{m \times n}$$

$$(3) a^n \cdot b^n = (ab)^n$$

#### 3. 零指數與負整數指數

設 $a$ 是不等於0的實數， $n$ 是一正整數，則定義

$$(1) a^0 = 1$$

$$(2) a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

#### 4. 因負整數指數的定義符合指數律，故可得

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

#### 例題 1：

化簡下列各式：

$$(1) 5^4 \times 5^{12} \quad (2) [(-2)^2]^3 \quad (3) \left(\frac{1}{3}\right)^3 \times 27^3$$

$$(1) 5^{16}; (2) 64; (3) 729$$

練習 1：

化簡下列各式：

(1)  $5^3 \times 5^9$  (2)  $\left[(-2)^2\right]^4$  (3)  $\left(\frac{1}{3}\right)^4 \times 9^4$

(1)  $5^{12}$ ; (2) 256; (3) 81

例題 2：

設  $a \neq 0$ ，化簡  $\left[a^6 \times (a^{-3})^2\right]^{-5}$ 。

1

練習 2：

設  $a \neq 0$ ，化簡  $\left[a^6 \times (a^{-2})^4\right]^{-3}$

$a^6$

**例題 3：**

設  $a$ 、 $b$  為非零的實數，試化簡下列各式：

(1)  $(a^4 \times a^{-6})^{-4}$  (2)  $(a^{-3} \times b^2)^{-2} \times (a^2 \times b^{-3})^{-3}$

(1)  $a^8$ ; (2)  $b^5$

**練習 3：**

設  $a$ 、 $b$  為非零的實數，試化簡下列各式：

(1)  $(a^2 \times a^{-3})^{-2}$  (2)  $(a^{-2} \times b^4)^{-1} \times (a^3 \times b^{-2})^{-2}$

(1)  $a^2$ ; (2)  $\frac{1}{a^4}$

**例題 4：**

化簡下列各式：

(1)  $3^5 \times 3^{11}$  (2)  $\left[ \left( -\frac{1}{2} \right)^3 \right]^2$  (3)  $(6 + \sqrt{35})^{100} \times (6 - \sqrt{35})^{100}$ 。

(1)  $3^{16}$ ; (2)  $\frac{1}{64}$ ; (3) 1

練習 4：

化簡下列各式：

(1)  $10^3 \times 10^6$  (2)  $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}\right]^{-3}$  (3)  $(\sqrt{6} + \sqrt{7})^{21} \times (\sqrt{6} - \sqrt{7})^{21}$ 。

(1)  $10^9$ ; (2)  $\frac{1}{512}$ ; (3)  $-1$

5-1 課後練習：

( ) 1. 試化簡  $\left[(-3)^2\right]^3 = \underline{\hspace{2cm}}$  (A) 243 (B) 729 (C) -243 (D) -729。

( ) 2. 試化簡  $4^6 \times \left(\frac{1}{8}\right)^6 = \underline{\hspace{2cm}}$  (A)  $\frac{1}{16}$  (B)  $\frac{1}{32}$  (C)  $\frac{1}{64}$  (D)  $\frac{1}{128}$ 。

( ) 3. 若  $7^\square \times 7^6 = 7^{11}$ ，則  $\square$  之值為？ (A)  $\frac{11}{6}$  (B)  $\frac{6}{11}$  (C) 4 (D) 5。

( ) 4. 若  $(9^3)^2 = 3^\square$ ，則  $\square$  之值為？ (A) 5 (B) 6 (C) 12 (D) 18。

( ) 5. 若  $4^3 \times 7^3 = \square^3$ ，則  $\square$  之值為？ (A) 11 (B) 14 (C) 22 (D) 28。

( ) 6. 設  $a \neq 0$ ，試化簡  $(a^{-3})^2 \times a^4$  為？ (A)  $a^{-2}$  (B)  $a^{-1}$  (C)  $a^9$  (D)  $a^{10}$

( ) 7. 若  $a \neq 0$ ，試化簡  $(a^{-3})^{-1}$ ？ (A)  $a^{-3}$  (B)  $a^{-1}$  (C)  $a$  (D)  $a^3$ 。

( ) 8. 若  $a \neq 0$ ，試化簡  $(a^{-2} \times a^{-3})^2$ ？ (A)  $a^{-10}$  (B)  $a^{-3}$  (C)  $a^{10}$  (D)  $a^{12}$ 。

( ) 9. 試化簡  $\left[(5.218)^5 - (3.14159)^4\right]^0$ ？ (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2。

( ) 10. 求  $(\sqrt{6} + \sqrt{5})^{-10} \times (\sqrt{6} - \sqrt{5})^{-10}$  的值？ (A) 0 (B) 1 (C) -1 (D) -10。

( ) 11. 求  $5^{a-b} \times 5^{b-c} \times 5^{c-a}$  的值？ (A) 0 (B) 1 (C) 5 (D) -5。

( ) 12. 試化簡  $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^{10} \times (\sqrt{3} - \sqrt{2})^{10}$ ？ (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2。

( ) 13. 化簡  $\left[x^2 \cdot (x^{-3})^5\right]^{-2}$  得 (A)  $x^6$  (B)  $x^{16}$  (C)  $x^{26}$  (D)  $x^{36}$ 。

( ) 14. 求  $\left(\frac{1}{343}\right)^2 \times 7^4 = \underline{\hspace{2cm}}$  (A) 7 (B)  $\frac{1}{7}$  (C)  $\frac{1}{49}$  (D) 49。



- ( )15.  $8^3 \div 4^2 = \underline{\hspace{2cm}}$  (A) 8 (B) 64 (C) 32 (D) 16。
- ( )16.  $(a^{-3})^2 \cdot a^2 \cdot a^3$  得  $\underline{\hspace{2cm}}$  (A)  $a^{14}$  (B)  $a^{12}$  (C) 1 (D)  $\frac{1}{a}$ 。
- ( )17.  $3^{a-b} \cdot 3^{b-c} \cdot 3^{c-a} = \underline{\hspace{2cm}}$  (A)  $3^{a+b+c}$  (B) 0 (C) 1 (D) 3。
- ( )18.  $[a^4 \cdot (a^{-2})^3]^{-4} = \underline{\hspace{2cm}}$  (A)  $a^8$  (B)  $a^6$  (C)  $a^{-6}$  (D)  $a^{-8}$ 。
- ( )19.  $[(3^2 \cdot 3^2)^4 - (8.96)^3]^0 = \underline{\hspace{2cm}}$  (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3。
- ( )20.  $(a^{-3})^{-2} \cdot a^{-2} \cdot a^{-3}$  得  $\underline{\hspace{2cm}}$  (A) 1 (B)  $\frac{1}{a}$  (C)  $a$  (D)  $a^2$ 。

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
B	C	D	C	D	A	D	A	C	B
(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)
B	C	C	C	C	D	C	A	B	C