

樹德家商112學年度高一分組教學自編講義

第一單元 整數的四則運算

內容講解

正數與負數	<ol style="list-style-type: none">1. 同類量可以比較大小，不同類量不能比較大小。2. 量的計算可以轉換為數的計算。3. 一個算式可以解決幾個不同的問題。4. 由意義相反的量，可以定出負數。 注意：大於 0 的數叫正數，小於 0 的數叫負數。5. 有了負數，小的數減大的數就有意義。 注意：小數減大數，其結果為負數。6. 整數包含正整數、負整數和零。 注意：0 不是正整數，也不是負整數。
數線	<ol style="list-style-type: none">1. 數線上應指明原點、正向和單位長。 注意：正向加箭頭表示。2. 數線上每一個點都可以用一個數來表示。3. 給定一個數（正數、負數或零），在數線上都可以找到一個點來表示這個數。4. 在數線上除原點外，與原點距離相等但方向相反的兩個點所表示的數，就是相反數，0 的相反數就是 0。
數的大小和絕對值	<ol style="list-style-type: none">1. 數量大小關係的重要性質：<ol style="list-style-type: none">(1)比較兩數大小，下列三種關係中，正好有一種成立： 甲數 $>$ 乙數，甲數 $=$ 乙數，甲數 $<$ 乙數。（三一律）(2)如果甲數 $>$ 乙數，而且乙數 $>$ 丙數，那麼甲數 $>$ 丙數。 如果甲數 $=$ 乙數，而且乙數 $=$ 丙數，那麼甲數 $=$ 丙數。 如果甲數 $<$ 乙數，而且乙數 $<$ 丙數，那麼甲數 $<$ 丙數。2. 比較正負數的大小，可看它們在數線上所表示點的位置：<ol style="list-style-type: none">(1)正數所表示的點如果離原點愈遠，則此正數愈大。 例：$5 > 3$。(2)負數所表示的點如果離原點愈遠，則此負數愈小。 例：$-5 < -3$。(3)正數都大於 0，負數都小於 0，正數都大於負數。 例：$1 > 0 > -1$。(4)在數線上取定兩點，右邊的點所表示的數比較大。3. 一個數的絕對值就是在數線上這個數所表示的點與原點的距離。

	<p>例：$5 = -5 = 5$。</p> <p>例：$3 = -3 = 3$。</p> <p>例：$0 = 0$。</p>
整數的加減法	<p>1. 整數的加減法：</p> <p>(1) 兩異號數相加，可先比較這兩數絕對值的大小，如正數的絕對值比較大，結果是正數；如果負數的絕對值比較大，結果是負數。</p> <p>例：$(-2) + 3 = 1$，$(-5) + 3 = -2$。</p> <p>(2) 兩個負數相加時，結果為負數。</p> <p>例：$(-5) + (-3) = -8$。</p> <p>2. 整數加法的性質：</p> <p>(1) 甲 + 乙 = 乙 + 甲。(交換律)</p> <p>(2) (甲 + 乙) + 丙 = 甲 + (乙 + 丙)。(結合律)</p> <p>3. 整數的減法：</p> <p>甲數減去乙數，就是甲數加上乙數的相反數。</p> <p>例：$5 - (-3) = 5 + 3 = 8$。</p>
整數的乘除法	<p>1. 整數的乘法：兩個同號數相乘，結果為正數；兩個異號數相乘，結果為負數。</p> <p>注意： 奇數個負數相乘，其積為負數， 偶數個負數相乘，其積為正數。</p> <p>2. 整數的乘法性質：</p> <p>(1) 甲 × 乙 = 乙 × 甲。(交換律)</p> <p>(2) (甲 × 乙) × 丙 = 甲 × (乙 × 丙) = 甲 × 乙 × 丙。(結合律)</p> <p>3. 次方是連乘的簡便表示法。</p> <p>例：$5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^7$。</p> <p>4. 整數的除法：兩個同號數相除，結果為正數；兩個異號數相除，結果為負數。</p>

例題一

- (1) $15 - 21 = 15 + \text{【 } \quad \quad \quad \text{】} = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$
(2) $40 - (-40) = 40 + \text{【 } \quad \quad \quad \text{】} = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$
(3) $(-18) - 22 = (-18) + \text{【 } \quad \quad \quad \text{】} = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$
(4) $(-41) - (-21) = (-41) + \text{【 } \quad \quad \quad \text{】} = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$
(5) $(-12) - (-32) = (-12) + \text{【 } \quad \quad \quad \text{】} = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$
(6) $(-9) - 2 = (-9) + \text{【 } \quad \quad \quad \text{】} = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$

答案：(1) (-21) ； -6 ；(2) 40 ； 80 ；(3) (-22) ； -40
(4) 21 ； -20 ；(5) 32 ； 20 ；(6) (-2) ； -11

練習 1

- (1) $25 - 38 = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$
(2) $15 - (-25) = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$
(3) $(-8) - 8 = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$
(4) $(-6) - 2 = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$
(5) $(-2) - (-9) = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$
(6) $7 - (-7) = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$
(7) $(-21) - (-21) = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$
(8) $(-11) - (-5) = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$

答案：(1) -13 ；(2) 40 ；(3) -16 ；(4) -8
(5) 7 ；(6) 14 ；(7) 0 ；(8) -6

練習 2

- (1) $(-27) + (-83) = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$
(2) $(-37) + 25 = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$
(3) $(-3) + 48 = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$
(4) $11 + (-79) = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$
(5) $69 + (-19) = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$
(6) $(-81) + 81 = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$

答案：(1) -110 ；(2) -12 ；(3) 45
(4) -68 ；(5) 50 ；(6) 0

例題二

(1) $5 \times (-30)$ 。

(2) $(-32) \times (-5)$ 。

(3) $(-41) \times 3$ 。

(4) $(-28) \div 7$ 。

(5) $32 \div (-4)$ 。

(6) $(-49) \div (-7)$ 。

【解】

答案：(1) -150

(2) 160

(3) -123

(4) -4

(5) -8

(6) -7

練習1

(1) $(-2) \times (-3) \times 11 = \text{【 } \quad \quad \text{】}$

(2) $(-36) \div 4 \times (-5) = \text{【 } \quad \quad \text{】}$

(3) $(-8) \div (-2) \times (-5) = \text{【 } \quad \quad \text{】}$

(4) $(-36) \div (-18) \div 2 = \text{【 } \quad \quad \text{】}$

(5) $(-81) \div 3 - 5 = \text{【 } \quad \quad \text{】}$

(6) $(-12) \times 4 + 8 = \text{【 } \quad \quad \text{】}$

(7) $4 \times (-21) \times 125 = \text{【 } \quad \quad \text{】}$

(8) $(-25) \times 201 = \text{【 } \quad \quad \text{】}$

(9) $6 + (-2) \times [7 - (-2) \times 3] = \text{【 } \quad \quad \text{】}$

(10) $39 - 25 \div (7 - 2) = \text{【 } \quad \quad \text{】}$

答案：(1) 66；(2) 45；(3) -20；(4) 1；(5) -32

(6) -40；(7) -10500；(8) -5025；(9) -20

(10) 34；

例題三

(1) $|-5| = \text{【 } \quad \quad \text{】}$

(2) $|2\frac{1}{3}| = \text{【 } \quad \quad \text{】}$

(3) $-|-5| = \text{【 } \quad \quad \text{】}$

(4) $|0| = \text{【 } \quad \quad \text{】}$

(5) $|3| + |-8| = \text{【 } \quad \quad \text{】}$

(6) $|-7| - |-4| = \text{【 } \quad \quad \text{】}$

(7) $9 - |-3| = \text{【 } \quad \quad \text{】}$

(8) $|-37| + 7 = \text{【 } \quad \quad \text{】}$

答案：(1) 5；(2) $2\frac{1}{3}$ ；(3) -5；(4) 0

(5) 11；(6) 3；(7) 6；(8) 44

練習1

(1) $2 + |-2-5|$ 。

(2) $5 - |3+12|$ 。

(3) $36 - |(-9) + (-2)|$ 。

(4) $39 - |(-72) + 80|$ 。

(5) $|(-121) + 120| - 8$ 。

(6) $|52-56| - |37 - (-5)|$ 。

答案：(1) 9(2) -10(3) 25(4) 31(5) -7(6) -38

例題四

(1) $5^3 = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。

(2) $(-2)^3 = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。

(3) $(-3)^2 = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。

(4) $-2^4 = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。

(5) $13 \times 13 = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。

(6) $(-2) \times (-2) \times (-2) = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。

(7) $-7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = -7^{\square}$

$\square = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。

(8) $10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^{\square}$

$\square = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。

答案：(1) 125；(2) -8；(3) 9；(4) -16
(5) 13^2 ；(6) $(-2)^3$ ；(7) 5；(8) 4

例題五

(1) $5^6 \times 5^5 = 5^\square$

$\square = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。

(2) $(-7)^{12} \div (-7)^4 = (-7)^\square$

$\square = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。

(3) $[(-2)^3]^4 = (-2)^\square$

$\square = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。

(4) $(7 \times 5)^6 = 7^\square \times 5^\Delta$

$\square = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ ， $\Delta = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。

答案：(1) 11；(2) 8；(3) 12；(4) 6；6

練習1

(1) $(3^4)^2 \times 3^5 = 3^\square$

$\square = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。

(2) $(2^5 \div 2^2) \times 2^9 = 2^\square$

$\square = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。

(3) $(2 \times 3)^5 \div 2^3 \div 3^2 = 2^\square \times 3^\Delta$

$\square = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ ， $\Delta = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。

(4) $9^3 \div 3^5 = 3^\square$

$\square = \text{【 } \quad \quad \text{】}$ 。

答案：(1) 13；(2) 12；(3) 2；3；(4) 1

練習2

下列左右兩邊相等的值連起來：

- | | | |
|----------------------|---|--------------|
| (1) $3^5 \div 3^2$ | • | • ① 3^3 |
| (2) $(3^5)^2$ | • | • ② 3^7 |
| (3) $3^5 \times 3^2$ | • | • ③ 3^{10} |

答案：(1)→①；(2)→③；(3)→②

第二單元 分數的四則運算

內容講解

分數的加減運算	<ol style="list-style-type: none">1. 一個負分數可以將負號擺在分子，也可以擺在分母。 例：$-\frac{4}{7} = \frac{-4}{7} = \frac{4}{-7}$。 通常用前二種方法表示。2. 一個分數的分子與分母同時乘以一個不是 0 的整數，這種步驟叫做擴分。擴分後的分數與原來的分數相等。3. 一個分數的分子與分母同時除以它們的公因數，這種步驟叫做約分。約分後的分數與原來的分數相等。4. 一個分數的分子與分母互質，這個分數就是最簡分數。5. 利用約分，可以將分數化成最簡分數。6. 將幾個分數通分，也就是說，利用擴分使它們的分母化成相同，就可以比較這幾個數的大小。7. 利用通分，可以做分數的加減運算。8. 帶分數相加或相減時，可以先把帶分數化成假分數再相加或相減；也可以把整數部分與分數部分分別相加或相減，再合併。
分數的乘除運算	<ol style="list-style-type: none">1. 真分數或假分數相乘時，把分子相乘做為新分子，分母相乘做為新分母，所得的新分數就是分數的乘積。2. 幾個真分數或假分數相乘，如果分子和分母之間有公因數，可以先約去公因數再相乘。3. 幾個分數相乘時，帶分數可以先化成假分數後再相乘。4. 將一個不為 0 的真分數或假分數的分子與分母對調，所得新的分數稱為原來分數的倒數，也稱這兩個數互為倒數。 注意：0 沒有倒數。5. 兩個互為倒數的數相乘一定等於 1。6. 利用倒數的概念，可以做分數的除法。除以一个不為 0 的數，就等於乘以這個數的倒數。
分數的四則運算	<ol style="list-style-type: none">1. 做分數四則運算時，必須先乘除後加減；若有括號時，必須先做括號內數的運算或利用去括號的規則先去括號2. 對於甲、乙、丙三個數，會有以下的關係（分配律）： $(甲+乙) \times 丙 = 甲 \times 丙 + 乙 \times 丙$； $(甲-乙) \times 丙 = 甲 \times 丙 - 乙 \times 丙$； $甲 \times (乙+丙) = 甲 \times 乙 + 甲 \times 丙$； $甲 \times (乙-丙) = 甲 \times 乙 - 甲 \times 丙$。

例題一

(1) $\frac{4}{7} + (-\frac{3}{5}) = \text{【 } \quad \quad \text{】}$

(2) $(-\frac{4}{7}) - (-\frac{3}{4}) = \text{【 } \quad \quad \text{】}$

(3) $\frac{5}{12} + (-\frac{3}{8}) = \text{【 } \quad \quad \text{】}$

(4) $(-\frac{5}{12}) + (-\frac{7}{18}) = \text{【 } \quad \quad \text{】}$

(5) $1\frac{5}{12} + (-2\frac{3}{10}) = \text{【 } \quad \quad \text{】}$

(6) $(-3\frac{5}{12}) + (-5\frac{11}{18}) = \text{【 } \quad \quad \text{】}$

答案：(1) $-\frac{1}{35}$; (2) $\frac{5}{28}$; (3) $\frac{1}{24}$

(4) $-\frac{29}{36}$; (5) $-\frac{53}{60}$; (6) $-9\frac{1}{36}$

練習1

(1) $(-1\frac{2}{3}) + \frac{7}{2}$ 。

(2) $\frac{2}{3} + (-\frac{3}{2})$ 。

(3) $(-2\frac{1}{2}) + (-1\frac{3}{5})$ 。

(4) $\frac{5}{6} - (-2\frac{5}{9})$ 。

(5) $(-\frac{4}{7}) - 1\frac{1}{2}$ 。

(6) $(-\frac{5}{2}) - (-\frac{11}{3})$ 。

(7) $\frac{3}{2} - \frac{2}{3} + (-\frac{1}{6})$ 。

(8) $\frac{8}{11} - (\frac{5}{7} - 1\frac{3}{11})$ 。

答案：(1) $\frac{11}{6}$ (2) $-\frac{5}{6}$ (3) $-4\frac{1}{10}$ (4) $3\frac{7}{18}$

(5) $-\frac{29}{14}$ (6) $\frac{7}{6}$ (7) $\frac{2}{3}$ (8) $\frac{9}{7}$

例題二

(1) $\frac{2}{5} \times (-\frac{3}{4}) = \text{【 } \quad \quad \text{】}$

(2) $\frac{4}{7} \times (-\frac{3}{4}) \times (-1\frac{3}{4}) = \text{【 } \quad \quad \text{】}$

(3) $\frac{7}{8} \div (-1\frac{3}{4}) = \text{【 } \quad \quad \text{】}$

(4) $10 - 2 \times \frac{7}{8} \div (-1\frac{3}{4}) = \text{【 } \quad \quad \text{】}$

(5) $(-8) \div (-\frac{16}{9}) + 7 \times (-\frac{3}{14}) = \text{【 } \quad \quad \text{】}$

(6) $3.3 \div (-1\frac{1}{2}) - 4 \times (-2\frac{3}{4}) = \text{【 } \quad \quad \text{】}$

答案：(1) $-\frac{3}{10}$; (2) $\frac{3}{4}$; (3) $-\frac{1}{2}$

(4) 11 ; (5) 3 ; (6) $8\frac{4}{5}$

練習1

(1) $\frac{1}{2} \div (-\frac{3}{4})$ 。

(2) $2\frac{1}{4} \times (-\frac{4}{3})$ 。

(3) $(-\frac{2}{5}) \times (-3\frac{3}{4})$ 。

(4) $(-1\frac{1}{4}) \div \frac{1}{2} \div (-\frac{3}{4})$ 。

(5) $(-\frac{1}{2}) \times \frac{3}{4} \div \frac{7}{12}$ 。

(6) $(-2\frac{1}{3}) \div 1\frac{5}{9} \times (-\frac{3}{10})$ 。

(7) $2\frac{1}{4} \times (-\frac{2}{3})^2$ 。

(8) $\frac{5}{9} \div (-\frac{2}{3})^2 \times (-\frac{7}{5})$ 。

答案：(1) $-\frac{2}{3}$ (2) -3 (3) $\frac{3}{2}$ (4) $\frac{10}{3}$

(5) $-\frac{9}{14}$ (6) $\frac{9}{20}$ (7) 1 (8) $-\frac{7}{4}$

例題三

在下列空格中填入 $>$ 或 $<$ ：

$$(1) -\frac{1}{3} \quad \text{【 } \quad \text{】} \quad -\frac{1}{2}$$

$$(2) -\frac{5}{7} \quad \text{【 } \quad \text{】} \quad -\frac{7}{13}$$

答案： $(1)>(2)<$

例題四

計算 $3 \times |-9| - 18 \times (\frac{1}{9} - \frac{1}{3})$ 之值為何？

【解】

答案：31

例題五

計算 $(1 + \frac{1}{2}) \times (1 + \frac{1}{3}) \times (1 + \frac{1}{4})$ 之值為何？

答案： $\frac{5}{2}$

練習 1

$$\text{計算 } \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \cdots \times \frac{9}{10} = ?$$

答案： $\frac{1}{10}$

第三單元 根式/商高定理/比與比例式

內容講解

簡易平方根的乘除運算	<p>1.若 a、b 為正數，則 $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$。</p> <p>2.若 a、b 均為正整數，則 $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \sqrt{a \div b}$ 或 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$。</p>
平方根的意義	<p>1.一個數 a 是一數 b 的平方，則 $b^2 = a$ 時，我們就稱 b 是 a 的平方根。</p> <p>2.每一個正數都有兩個平方根，其中一個是正數，另一個是負數，兩者互為相反數。</p> <p>3.零的平方根是零。</p> <p>4.對於正數 a，\sqrt{a} 表示 a 的正平方根，a 的負平方根為 $-\sqrt{a}$。</p> <p>5.數線上找不到負數的平方根。</p>
商高定理	<p>1.商高定理：任意一個直角三角形，其兩股的平方和等於斜邊的平方。</p> <p>2.任意給定直角三角形的二個邊的長度，我們可以利用商高定理求出另一邊的長度。</p>
比與比值	<p>1.設 a、b 為二個數且 $b \neq 0$，則 a 與 b 的比為 a 比 b，記做 $a : b$。</p> <p>2.在 $a : b$ 中，a 是這個比的前項，b 是這個比的後項，$\frac{a}{b}$ 是這個比的比值。</p>
比例式	<p>1.兩個比相等它們的比值也相等；兩個比的比值相等，則這兩個比相等。即兩個比 $a : b$ 和 $c : d$ 相等，可以寫成 $a : b = c : d$。</p> <p>2.一個比的前項與後項同乘以或同除以一個不等於 0 的數，所得的比寫原來的比相等，也就是：</p> <p>(1) $a : b = (a \times m) : (b \times m)$，$m \neq 0$。</p> <p>(2) $a : b = (a \div m) : (b \div m)$，$m \neq 0$。</p> <p>3.$a : b = c : d$ (b、d 均不為 0) 稱為比例式，a、d 叫做外項，b、c 叫做內項，外項乘積等於內項乘積，也就是：如果 $a : b = c : d$，那麼 $ad = bc$。</p>

例題一

利用「標準分解式」，化簡 $\sqrt{90} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案： $3\sqrt{10}$

例題二

若 $\sqrt{27} + \sqrt{12} + \sqrt{75} = \sqrt{b}$ ，則 $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案：300

例題三

(1) $\sqrt{\frac{2}{5}} \div \left(-\sqrt{\frac{4}{15}}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $\frac{3}{4\sqrt{2}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案：(1) $-\frac{\sqrt{6}}{2}$ (2) $\frac{3\sqrt{2}}{8}$

練習1

(1) $\sqrt{3} \times \sqrt{27} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) $\sqrt{0.3} \times (-\sqrt{20}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(3) $\sqrt{48} \div \sqrt{1.6} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案：(1) 9 (2) $-\sqrt{6}$ (3) $\sqrt{30}$

例題四

計算 $(\sqrt{12})^2$ 之值為何？

答案：12

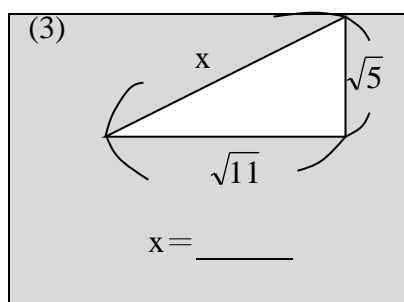
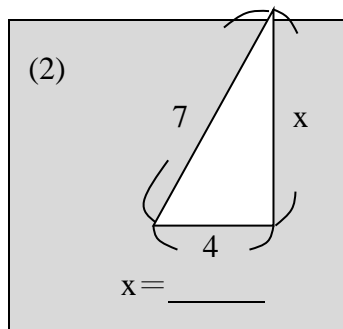
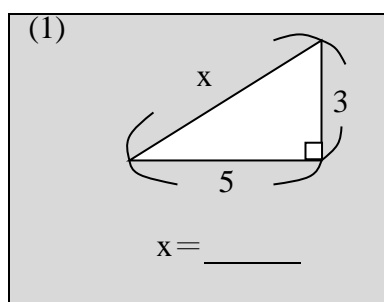
例題五

計算 $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}} \times \sqrt{30} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案：5

例題六

下列各圖均為直角三角形或矩形，求各 x 的值：



例題七

已知某直角三角形的一股長為 5，斜邊長為 13，則此三角形的周長，面積 = _____。

練習 1

下列各()中的數為直角三角形的三邊長，其邊長組合均為整數，請填入適當的數：

(6, 8, _____) ; (9, _____, 15) ; (12, 16, _____) ; (_____, 20, 25) ;

(5, 12, _____) ; (10, _____, 26) ; (8, _____, 17) ; (7, 24, _____)。

例題八

比較比值的大小，在下列各題填入 >、=、<。

(1) $3:7$ _____ $4:7$

(2) $4:7$ _____ $5:9$

(3) $6:8$ _____ $\frac{1}{2} : \frac{2}{3}$

(4) $(-2):5$ _____ $(-5):7$

(5) $1\frac{1}{3} : \frac{2}{3}$ _____ $2:1$

(6) $1.4:1.6$ _____ $\frac{1}{3} : \frac{1}{2}$

例題九

(1) 若甲是乙的 3 倍，則 甲:乙 = _____。

(2) 若乙是甲的 4 倍，則 甲:乙 = _____。

練習 1

若 $3:5 = 6:x$ ，則 $x =$ _____。

若 $x:4 = 5:7$ ，則 $x =$ _____。

若 $\frac{2}{3} : x = 5:6$ ，則 $x =$ _____。

第四單元 乘法公式與因式分解

內容講解

乘法公式	1. 二項式乘積公式： $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$ 。 2. 和的平方公式： $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 。 3. 差的平方公式： $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ 。 4. 平方差公式： $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ 。
利用乘法公式作因式分解	1. 平方差公式： $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ 。 2. 和的平方公式： $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ 。 3. 差的平方公式： $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ 。
十字交乘法作因式分解	1. 十字交乘法是因式分解二次式的常用方法。 2. $x^2 + (a + b)x + ab$ 可因式分解成 $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$ 。 我們可以用十字交乘法幫助因式分解。 $\begin{array}{r} 1 \quad a \\ (x^2 \text{的係數}) \quad 1 < \quad x > a \times b \text{ (常數項)} \\ \hline 1 \quad b \\ a + b = x \text{的係數} \end{array}$ 4. 可以用十字交乘法因式分解型如 $2x^2 + 3x + 1$, $6x^2 - 11x + 4$ 等的二次式。
式子的運算	1. 算式的運算滿足： (1) 甲 \times 乙 = 乙 \times 甲。 (2) 甲 + 乙 = 乙 + 甲。 (3) (甲 \times 乙) \times 丙 = 甲 \times (乙 \times 丙) = 甲 \times 乙 \times 丙。 (4) 乙 \times 甲 \pm 丙 \times 甲 = (乙 \pm 丙) \times 甲。 (5) (甲 + 乙) + 丙 = 甲 + (乙 + 丙)。 (6) (乙 \pm 丙) \times 甲 = 乙 \times 甲 \pm 丙 \times 甲。 2. 化簡算式時，通常都把有文字符號的合併在一起化簡，把沒有文字符號的也合併在一起化簡。 3. 算式的運算須先乘、除，後加、減；先去小括號，再去中括號。

例題一

化簡下列各式：

(1) $5 \times (3x+8) = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$

(2) $-(4x-7) = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$

(3) $2 \times (x+3) + 4 \times (x-1) = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$

(4) $3 \times (2x+1) - (x+2) = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$

(5) $5 \times (2x-3) - 3 \times (4x-5) = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$

(6) $\frac{1}{4} \times (3x-2) - \frac{1}{3} \times (2x+4) = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$

答案：(1) $15x+40$ ；(2) $-4x+7$ ；(3) $6x+2$ (4) $5x+1$ ；(5) $-2x$ ；(6) $\frac{1}{12}x - \frac{11}{6}$ **練習1**

(1) $7x-5+4x+2 = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$

(2) $5x+8-9x+4 = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}$

答案：(1) $11x-3$ ；(2) $-4x+12$ **練習2**

化簡下列各式：

(1) $-(x+5)$ 。

(2) $3 \times (4x-1)$ 。

(3) $-2 \times (2y+5)$ 。

(4) $-3 \times (-2y-4)$ 。

(5) $4 \times (3x-1) + 2 \times (x-1)$ 。

(6) $3 \times (2x-1) - 4 \times (x-2)$ 。

答案：(1) $-x-5$ (2) $12x-3$ (3) $-4y-10$ (4) $6y+12$ (5) $14x-6$ (6) $2x+5$

例題三

請在下表的空格中，填入各算式所代表的數。

算式 \ x	-1	0	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
$3x-5$	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
$6x+4$	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
$-5x+1$	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)

答案：

算式 \ x	-1	0	1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$
$3x-5$	(1) -8	(2) -5	(3) -2	(4) $-3\frac{1}{2}$	(5) -6
$6x+4$	(6) -2	(7) 4	(8) 10	(9) 7	(10) 2
$-5x+1$	(11) 6	(12) 1	(13) -4	(14) $-1\frac{1}{2}$	(15) $2\frac{2}{3}$

例題四

(1) $5x=3x$ 。答：【 】

(2) $3x+1=2x-5$ 。答：【 】

(3) $\frac{1}{2}x+3=\frac{2}{3}x-2$ 。答：【 】

(4) $2 \times (x-4) - 3 \times (x+4) = -2$ 。答：【 】

(5) $3 \times (2x+1) - (x+2) = (7x+1) - 4 \times (x-3)$ 。答：【 】

(6) $\frac{3x-3}{4} + \frac{x-8}{3} = 2$ 。答：【 】

答案：(1) $x=0$ ；(2) $x=-6$ ；(3) $x=30$

(4) $x=-18$ ；(5) $x=6$ ；(6) $x=5$

例題五

利用乘法公式展開下列各式：

(1) $(2x+3)^2 = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}^\circ$

(2) $(3x+2y)^2 = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}^\circ$

(3) $(a^2-b)^2 = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}^\circ$

(4) $(x^2-5x)^2 = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}^\circ$

(5) $(2x+3) \times (2x-3) = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}^\circ$

(6) $(3x-2y) \times (3x+2y) = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}^\circ$

答案：(1) $4x^2+12x+9$ ；(2) $9x^2+12xy+4y^2$
(3) $a^4-2a^2b+b^2$ ；(4) $x^4-10x^3+25x^2$ ；
(5) $4x^2-9$ ；(6) $9x^2-4y^2$

例題六

因式分解下列各式：

(1) $x^2+7x+12 = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}^\circ$

(2) $x^2+8x+12 = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}^\circ$

(3) $x^2-8x+7 = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}^\circ$

(4) $x^2-6x+9 = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}^\circ$

(5) $x^2-15x+36 = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}^\circ$

(6) $x^2-5x-36 = \text{【 } \quad \quad \quad \text{】}^\circ$

答案：(1) $(x+3)(x+4)$ (2) $(x+6)(x+2)$
(3) $(x-1)(x-7)$ ；(4) $(x-3)^2$
(5) $(x-3)(x-12)$ ；(6) $(x+4)(x-9)$

例題七

解下列一元二次方程式：

(1) $2x^2 - 8x = 0$

(2) $x \times (3x + 2) = 3x \times (3x + 2)$

(3) $(3x - 4)^2 = x^2$

(4) $x^2 + 12x + 36 = 0$

答案：(1) $x=0$ 或 $x=4$ (2) $x=0$ 或 $x=-\frac{2}{3}$

(3) $x=1$ 或 $x=2$ (4) $x=-6$ (重根)

練習 1

因式分解下列各式：

(1) $x^2 - 4x - 5$

(2) $x^2 - 5x - 6$

(3) $x^2 + 8x + 16$

(4) $x^2 - 10x - 24$

(5) $2x^2 + x - 36$

(6) $3x^2 + 11x + 10$

答案：(1) $(x+1)(x-5)$ (2) $(x+1)(x-6)$

(3) $(x+4)^2$

(4) $(x+2)(x-12)$ 。(5) $(x-4)(2x+9)$ 。

(6) $(x+2)(3x+5)$ 。

第五單元 直角坐標/聯立方程式

內容講解

平面上的直角坐標	<ol style="list-style-type: none">1.如果數線上一點P，它的位置是用一個數a來表示的，我們就稱P點的坐標為a，記為P(a)。我們也可以稱數線的直線坐標系。2.平面上點的位置可用數對來表示。3.直角坐標平面是由一條水平的數線(叫做x軸)及鉛垂的數線(叫做y軸)所構成的，x軸與y軸的交點叫做這個坐標平面的原點。4.要描出(a, b)所表示的點P，如果a、b都是正數時，我們可以從原點O出發，先沿著x軸的正向(向右)走a個單位，再朝著y軸的正向(向上)走b個單位到達P點。5.如果數對(a, b)所代表的是坐標平面上P點的位置，我們就稱P點的坐標為(a, b)，其中第一個數a叫做P點的x坐標或橫坐標，而第二個數b叫做P點的y坐標或縱坐標。6.第一象限內任意一點的坐標符號是(+, +)；第二象限內任意一點的坐標符號是(-, +)；第三象限內任意一點的坐標符號是(-, -)；第四象限內任意一點的坐標符號是(+, -)。
二元一次方程式的圖形	<ol style="list-style-type: none">1.若一數對代入一個二元一次方程式，能使式子的等號成立，則此數對就是二元一次方程式的解。2.每個二元一次方程式的解都有很多個。3.要求出二元一次方程式的一些解，可先選x的值或先選y的值，代入方程式中，再算出另一未知數的值即可。4.二元一次方程式所有的解在坐標平面上形成的圖形叫做這個方程式的圖形。5.二元一次方程式的圖形皆為直線。6.可用描點的方式畫出二元一次方程式的圖形。7.找出一個方程式的兩個不同的解，通過這兩個解所代表的點的直線就是方程式的圖形。8.方程式$y = c$的圖形是一條與y軸垂直的直線，而且直線上任一點的y坐標都等於c。9.方程式$x = c$的圖形是一條與x軸垂直的直線，而且直線上任一點的x坐標都等於c。

例題一

1. 在坐標平面上標出以下各點。

$A(3, 2)$ 、 $B(2, -4)$ 、 $C(-3, 1)$ 、 $D(-2, -3)$ 、 $E(-1, 5)$

2. 在坐標平面上標出以下各點。

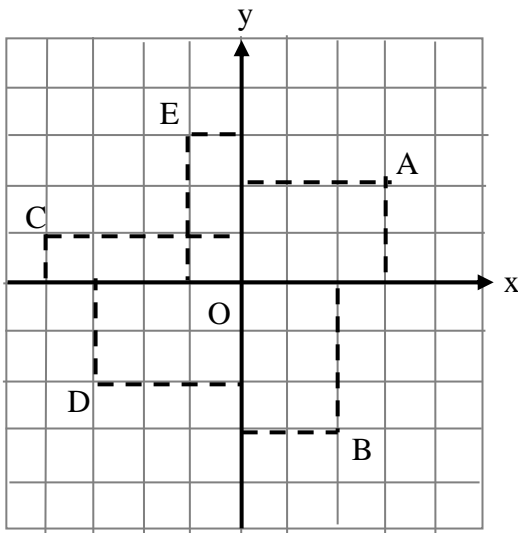
$A(\frac{1}{2}, 1)$ 、 $B(-\frac{8}{3}, 2)$ 、 $C(3\frac{1}{4}, -2)$ 、 $D(\frac{5}{4}, -1)$

3. 在坐標平面上標出以下各點。

$A(2, 0)$ 、 $B(0, -3)$ 、 $C(0, \frac{1}{2})$ 、 $D(-\frac{4}{3}, 0)$

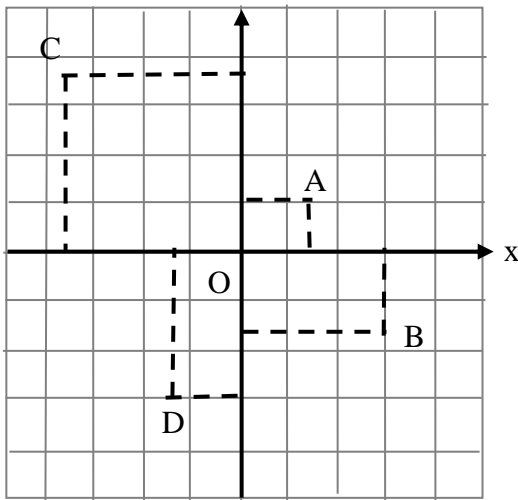
4. 寫出以下坐標平面上各點的坐標。

A _____、B _____、C _____、D _____、E _____



5. 寫出以下坐標平面上各點的坐標。

A _____、B _____、C _____、D _____



例題二

判斷下列各點在哪一個象限或在哪一條坐標軸上。

- (1) $(7, -4)$ _____
 (2) $(-3, 0)$ _____
 (3) $(2, 100)$ _____
 (4) $(0, -3\frac{1}{2})$ _____
 (5) $(-4, -50)$ _____
 (6) $(-5^2, 3)$ _____
 (7) $(0, 8)$ _____
 (8) $(\frac{8}{3}, 0)$ _____
 (9) $(-|-3|, 5^2)$ _____
 (10) $(10^{-5}, (\frac{1}{10})^3)$ _____
 (11) $((-5)^3, (-5)^8)$ _____
 (12) $(0, -10^2)$ _____

練習1

下表中，各點分別在哪一象限內或在哪一個坐標軸上？

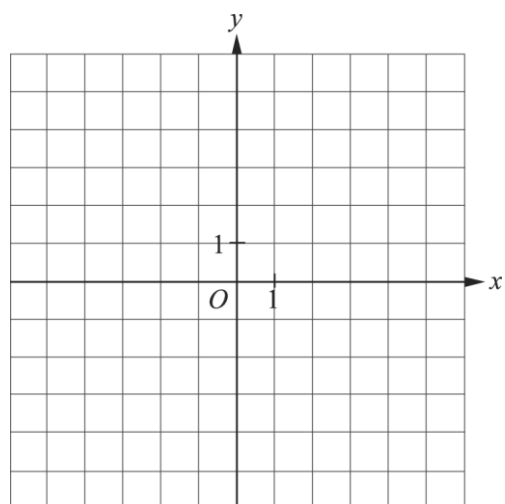
點	A $(3\frac{2}{5}, -8)$	B $(-\frac{2}{3}, -\frac{7}{3})$
象限或 坐標軸	(1) 【 】	(2) 【 】
點	C $(0, -\frac{7}{3})$	D $(5, -7)$
象限或 坐標軸	(3) 【 】	(4) 【 】
點	E $(3\frac{1}{4}, 0)$	F $(-300, 108)$
象限或 坐標軸	(5) 【 】	(6) 【 】

答案：(1)第四象限 (2)第三象限
 (3)y 軸上 (4)第四象限
 (5)x 軸上 (6)第二象限

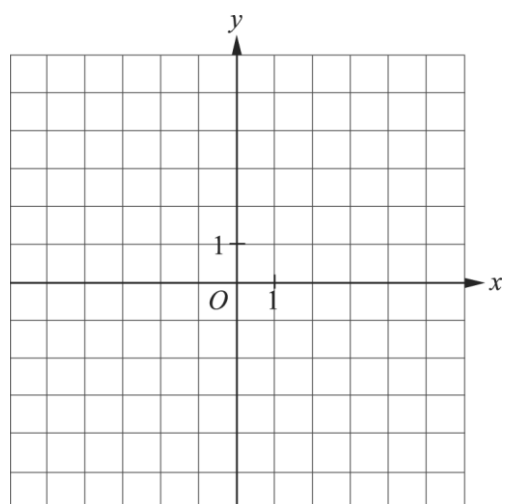
例題三

在坐標平面上畫出下列各二元一次方程式的圖形：

(1) $3x + y = 0$



(2) $3x - 4y - 12 = 0$

**例題四**

聯立方程式 $\begin{cases} x = -4 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$ 的解為 $x = \text{【 } \quad \text{】}$ ， $y = \text{【 } \quad \text{】}$ 。

答案：-4；9

例題五

解聯立方程式 $\begin{cases} 5x+y=-13 \\ 11x+y=-31 \end{cases}$ ，得 $x=【 \quad \quad \quad 】$ ， $y=【 \quad \quad \quad 】$ 。

答案：-3；2

練習 1

$$(1) \begin{cases} 5x+2y=15 \\ 7x-2y=9 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} -4x+3y=18 \\ -4x-7y=8 \end{cases}$$

答案：(1) $x=2$ ， $y=\frac{5}{2}$

(2) $x=-\frac{15}{4}$ ， $y=1$

練習 2

$$(1) \begin{cases} 3x+5y=4 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 3x-2y=11 \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 7x+8y=-9 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 9x-4y=17 \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

答案：(1) $x=3$ ， $y=-1$

(2) $x=1$ ， $y=-2$